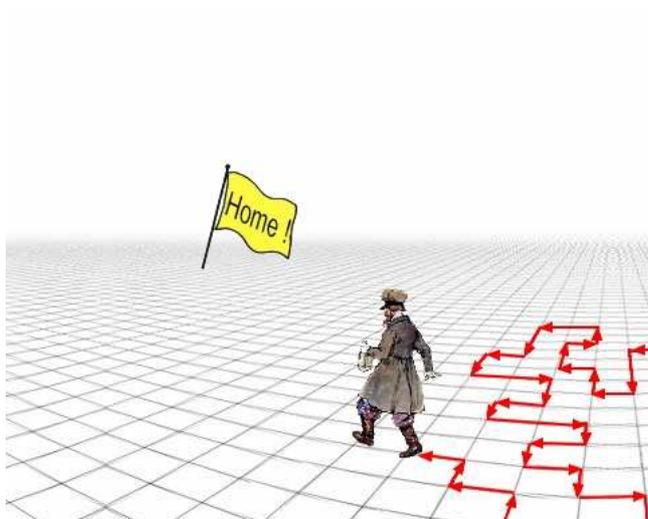


JM6

C'est tout droit!!! (Niveau Lycée)

PRÉSENTATION

Soit $\mathcal{G} = (K, E)$ un graphe dont l'ensemble des sommets est noté $K = \{v_0, \dots, v_M\}$ et celui des arêtes $E = \{e_1, \dots, e_N\}$. Une personne se déplace sur le graphe de manière aléatoire, *i.e.* elle avance d'un sommet vers un sommet voisin en choisissant aléatoirement l'arête qu'il emprunte (avec la même probabilité).



QUESTIONS

On pose les questions suivantes :

1. La personne commence au sommet v_0 . Retourne-t-elle presque sûrement (c'est à dire avec probabilité 1) en v_0 en temps fini? ("Une personne sous l'emprise de l'alcool peut-elle retrouver le chemin de chez elle?")
2. Combien de temps, en moyenne, faut-il pour retourner en v_0 ?
3. On choisit deux sommets v_a et v_b . Est-il plus probable, toujours en partant de v_0 , d'arriver en v_b en passant d'abord par v_a ou bien d'arriver directement en v_b ? ("Une personne en état d'ébriété se retrouve d'abord chez elle ou dans un autre bar?")

La première question se résout de façon théorique. La seconde semble trop difficile pour être résolue de manière théorique mais peut être résolue numériquement à l'aide d'un ordinateur simulant des marches aléatoires. La troisième question peut être, à l'aide d'une démonstration, ramenée à la résolution d'un système linéaire d'équations qui doivent être résolues; cela peut aussi se faire numériquement avec un ordinateur et les deux méthodes devraient être comparées.

Il serait intéressant de faire de programmer des simulations sur des graphes (pas trop complexes).