

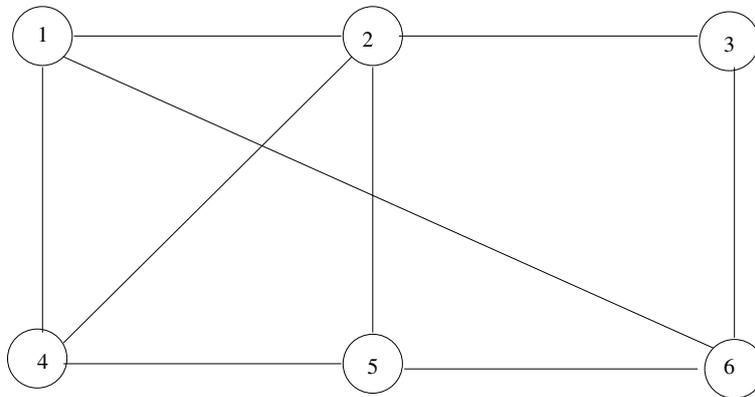
Propositions de sujets

1 Des conducteurs indisciplinés

Un parking, situé le long d'une rue, est divisé en 288 secteurs. Une voiture pour se garer doit occuper 2 secteurs. Ainsi, si les conducteurs se garent de façon concertée, 144 voitures peuvent se garer sur ce parking. Que se passe-t-il si les conducteurs se garent en choisissant uniformément au hasard la place où ils se garent ? Quel est le taux d'occupation moyen du parking si l'on suppose qu'il est initialement vide et qu'aucune voiture ne quitte sa place ?

2 Des interrupteurs couplés

Des lampes sont reliées entre-elles par un réseau électrique (quelconque, toutes les lampes ne sont pas forcément reliées entre-elles). Voici un exemple d'un tel réseau.



Lorsque l'on actionne un interrupteur pour changer l'état d'une lampe (l'allumer ou l'éteindre), alors toutes les lampes qui lui sont directement reliées changent également d'état. Ainsi, actionner l'interrupteur 5 modifie également les lampes 2, 4 et 6.

On suppose que toutes les lampes sont initialement éteintes. Peut-on toujours trouver une série d'actions pour allumer simultanément toutes les lampes ?

3 Peut-on battre ses amis en jouant à Pile ou Face ?

Deux amis, Alice et Bob, s'affrontent dans un jeu au cours duquel une pièce va être lancée plusieurs fois. Au début du jeu, chaque joueur choisit une suite de trois résultats (par exemple, Alice choisit 'PFP' alors que Bob choisit 'FPP'). On jette alors la pièce, on note le résultat, et on la relance jusqu'à ce qu'une des suites choisies apparaisse. Par exemple, si les résultats successifs sont

FFFPFFFP

alors on s'arrête au 10e lancer et Alice a gagné.

Alice et Bob avaient-ils les mêmes chances de gagner ? Y-a-t'il une stratégie qui permet d'augmenter ses chances ?

On pourra dans un premier temps étudier le problème avec des séquences de deux résultats.