NOIR C'EST NOIR… OU PRESQUE…

Un jeu de stratégie, pour jouer à deux.

Ce sujet est tiré d'un des problèmes posés lors du TFJM² en 2016.

Source : https://www.youtube.com/watch?v=vx3OTZ35e80

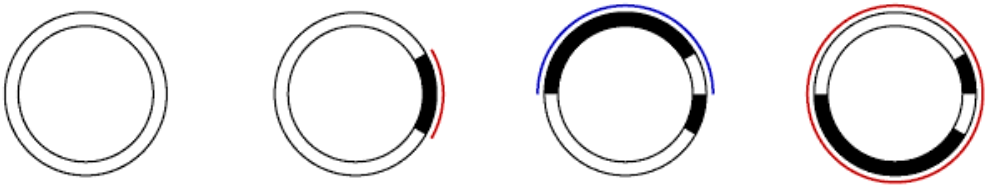
Alice et Bob jouent à un jeu sur un cercle. Le cercle est initialement entièrement blanc.
Les joueurs jouent tour à tour en commençant par Alice.

À son tour, un joueur choisit un arc de cercle (qui peut être vide, ou le cercle entier) et l'autre joueur le place sur le cercle où il le souhaite (en rouge pour Alice et en bleu pour Bob sur la figure donnée ci-dessous).

Les points blancs recouverts deviennent noirs, et les points noirs recouverts deviennent blancs.

Le jeu se finit après *n* tours, avec *n* fixé à l'avance.
Le gain d'Alice est la proportion du cercle colorée en blanc à la fin.
De même, le gain de Bob est la proportion du cercle colorée en noir à la fin.

<u>Un exemple avec *n* = 3 :</u>



- Tour n°1 : Alice choisit un arc de 60°, Bob le place à droite.
- Tour n°2 : Bob choisit un arc de 180°, Alice le place en haut.
- Tour n°3 : Alice choisit le cercle entier de 360° et Bob le place sans avoir le choix.

Ici : Alice et Bob font match nul.

Étude : Les stratégies des deux joueurs selon les valeurs de n.

- **Vaut-il mieux commencer ou laisser son adversaire commencer ?**
- **Quel gain maximal peut-on espérer ?**