

# Les fous et les folles du développement

MATH.en.JEANS

Septembre 2018

Depuis quelques temps, Guillaume a trouvé une nouvelle activité : le développement de produits. Depuis plusieurs mois, il développe de manière frénétique tous les produits qui lui passent par la tête : par exemple  $(a - b) \times (a - b)$  ou bien  $(a - b) \times (b - c)$  ainsi que  $(a - b)^2 \times (b - c) \times (c - d)$ .

Le temps passant et les feuilles se remplissant de calculs, Guillaume a décidé de faire un recueil contenant tous les développements qu'il a réalisés.

Pour cela il utilise un formalisme pour l'aider à repérer les calculs qu'il a déjà fait. Il représente chaque produit par un dessin de la façon suivante : chaque variable  $v$  est représentée par un cercle contenant le nom de la variable (ici  $v$ ) et pour chaque terme  $(u - v)$  du produit, il dessine un trait qui relie le cercle de  $u$  au cercle de  $v$ .

Par exemple, le dessin suivant



représente le produit :  $(a - b) \times (a - b)$ .

Son développement associé est :

$$(a - b) \times (a - b) = a^2 - 2ab + b^2.$$

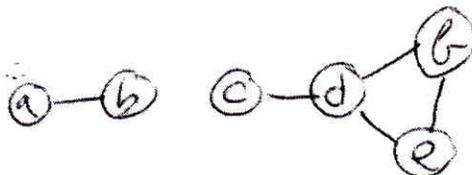
Voici deux autres exemples, que l'on peut rencontrer dans le cahier des curiosités de Guillaume. Le dessin



représente le produit

$$(a - b) \times (b - c) \times (c - d).$$

Et le dessin



représente le produit

$$(a - b) \times (c - d) \times (d - e) \times (d - f) \times (e - f).$$

Les mois passent et Guillaume commence à accumuler de nombreux développements. Son activité est si prenante, qu'elle finit par éveiller la curiosité de Corinne qui commence à jouer à un jeu légèrement différent.

Quand Guillaume commence un nouveau développement, Corinne se fixe un monôme à étudier. Elle essaye ensuite de deviner, avant la fin du calcul, quel sera le coefficient associé au monôme.

Par exemple, quand Guillaume cherche à développer  $(a - b) \times (a - b)$ , il va répondre :

$$(a - b) \times (a - b) = a^2 - a \times b - b \times a + b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Alors que Corinne, en parallèle, va choisir un monôme, par exemple  $a \times b$  et elle va tâcher de deviner, avant la réponse de Guillaume, que  $a \times b$  apparaît dans le développement, avec un coefficient  $-2$ .

Votre objectif est d'aider Corinne dans sa tâche. C'est à dire, pour des développements particuliers, pouvez-vous prévoir les monômes qui apparaissent avec un coefficient non nul, et quels sont leurs coefficients associés.

Pour cela, vous pouvez étudier les développements associés aux dessins suivants :

