Sujet : Interpolation de propriétés

S. Viseur (CEREGE, Aix-Marseille Université)

Dans le cadre de plusieurs applications, on a besoin d'obtenir des cartes d'une propriété Z (e.g. : taux de minerais, pH, teneur en polluant, etc.) qui varie en fonction de (X,Y) et ce, à partir de données ponctuelles recueillies $(z_i)_{i \in [1\,;n]}$ (i.e. : points de mesure ou relevés, etc.) sur un domaine D. Les valeurs (z_i) peuvent être vues comme des images d'une fonction Z définie sur D, il vient :

$$Z(x_i, y_i) = z_i \quad \text{où } (x_i, y_i) \text{ correspond à la position géographique du relevé.}$$

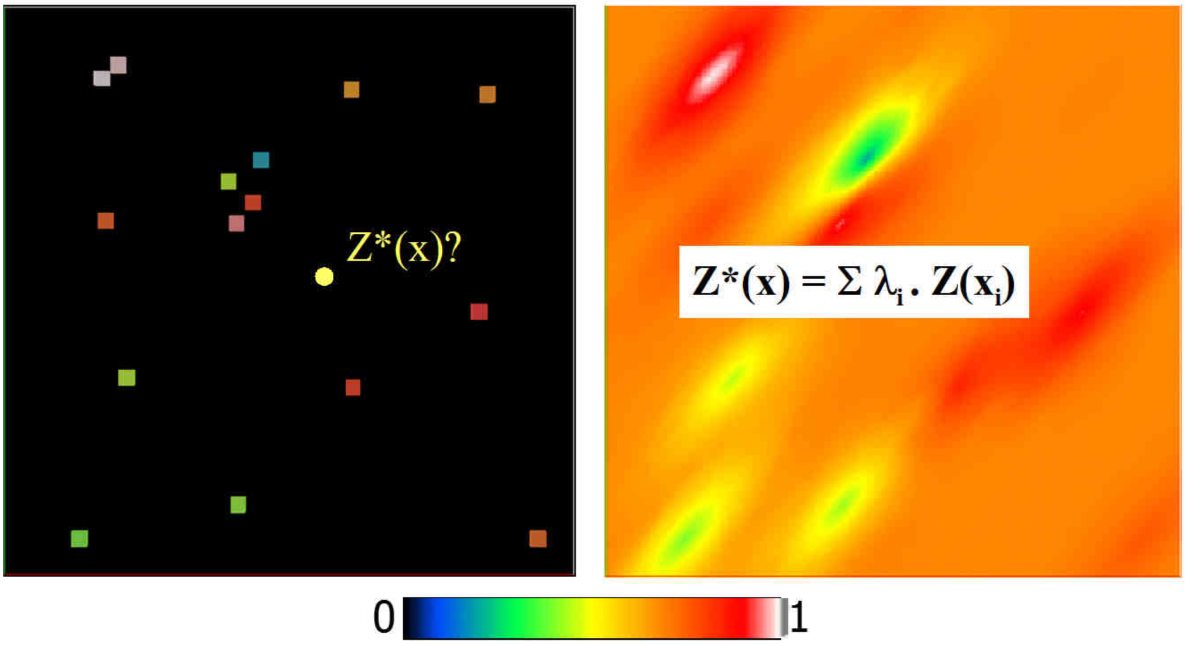

Figure 1: A) points de mesures et point d'estimation ; B) Carte obtenue par interpolation. L'échelle de couleur correspond aux valeurs entre 0 et 1.

Pour obtenir une carte, on cherche à estimer au mieux la valeur de *Z* en des points (x, y) en fonction des valeurs connues z_i. On se propose de considérer que la valeur estimée z^*en (x, y) est une combinaison linéaire des valeurs connues, ce qui donne :

$$Z^*(x, y) = z^* = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \, . \, z_i$$

Une des méthodes utilisées est l'inverse distance. On calcule les poids λ_i en fonction de l'inverse de la distance d_i qui sépare le point de mesure (x_i, y_i) du point d'estimation (x, y).

Une autre consiste à se placer dans un contexte probabiliste où Z devient une variable aléatoire en chaque point de mesure. On cherche les poids λ_i tels que :

1. La moyenne des erreurs est nulle : E[Z* - Z] = 0
2. La variance de l'erreur est minimum : var[Z* - Z] minimum

La condition (1) amène à la condition suivante : $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$

On se propose de comparer les résultats obtenus par ces deux méthodes dans les deux cas suivants (Figure 2) : 1) On estime la valeur entre deux points situés à même distance ; 2) On estime la valeur entre 3 points, de telle sorte à ce que les 3 points soient situés à même distance du point d'estimation et que 2 points soient au même endroit.

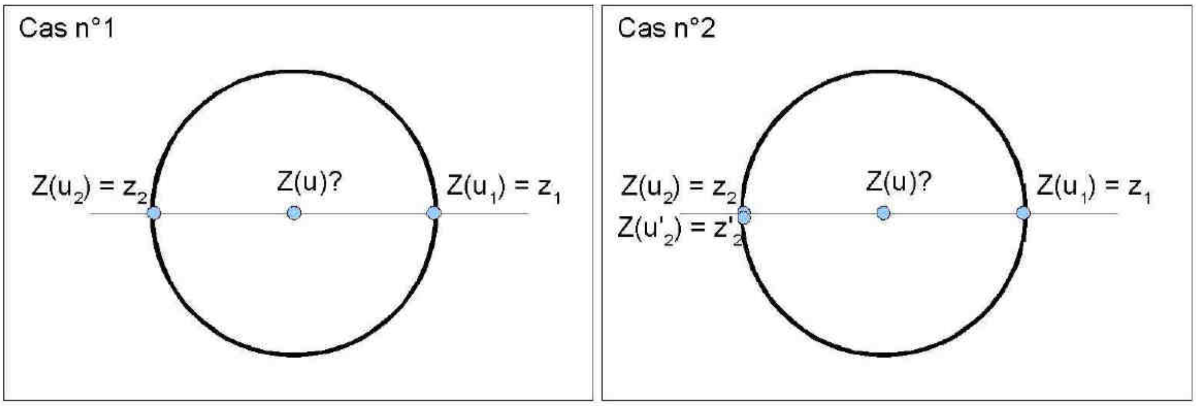

Figure 2 : Les deux cas étudiés : 1) point d'estimation u à égale distance de u_1 et u_2 ; 3) point d'estimation u à égale distance de u_1, u_2 et u'_2. u_2 et u'_2 sont situé au même endroit.