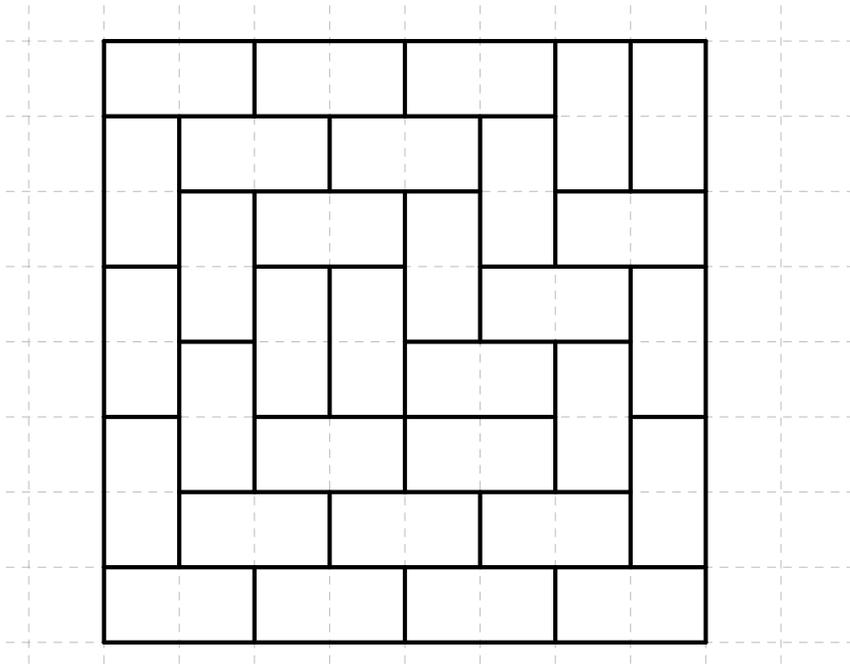


Sujet 2. Pavage par des rectangles

On considère un échiquier : il comporte 64 cases, alternativement blanches et noires. Chaque case est un carré de côté 1. Les dimensions de l'échiquier sont donc 8×8 . Il est facile de voir qu'on peut paver l'échiquier avec des dominos, ou rectangles de dimensions 2×1 . En voici un exemple (il existe des exemples de pavage plus simples!)



Paver signifie recouvrir entièrement l'échiquier avec les rectangles 2×1 (ou dominos), les rectangles ne pouvant se chevaucher.

1. Plus généralement, on peut considérer un grand rectangle \mathcal{R} de dimensions $n \times m$ (n et m sont des entiers), subdivisé en carrés de côté 1. A quelle condition peut-on paver \mathcal{R} avec des petits rectangles de dimensions 2×1 ?
2. On décide de neutraliser deux cases de l'échiquier. Peut-on paver ce qui reste de l'échiquier avec des rectangles de dimensions 2×1 ? Y a-t-il une condition sur le choix des deux cases?
3. On revient à la question 1. A quelle condition (sur les dimensions n et m du grand rectangle \mathcal{R}) peut-on paver \mathcal{R} avec des petits rectangles et dimensions 3×1 ? Même question pour des petits rectangles de dimensions 3×2 .