

# Catastrophe en cabine !

MATH.en.JEANS

Septembre 2017

Vous êtes en vacance à bord d'un vaisseau spatial. Alors que vous êtes en train de siroter un verre de Jurançon, petit Manseng passéillé, grand millésime 2017, le vaisseau se met à vibrer. Vous vous précipitez dans la cabine de commande où c'est le chaos complet. Les robots sont complètement désorganisés. Après une rapide analyse de la situation vous vous rendez compte qu'ils sont tous devenus amnésiques, conséquence des vents solaires de la semaine dernière.

Généralement les robots ont tous des numéros d'identification et celui qui a le plus petit numéro d'identification est le capitaine. Les robots, n'ayant plus de numéros d'identification, ne savent plus qui est le capitaine.

Votre objectif est d'écrire un programme qui permet aux robots d'élire un capitaine.

Les robots communiquent entre eux à l'aide de canaux de communications. Un canal de communications relie toujours deux robots ensemble et permet aux robots de communiquer selon un protocole que nous définirons plus tard.

Dans une salle il y a un nombre fini de robots et de canaux. Le nombre de robots et la configuration des canaux ne peuvent pas changer dans le temps.

La figure 1 donne un exemple de configuration de canaux. Dans cette configuration, les cercles représentent des robots et chaque trait, un canal de communications entre deux robots.

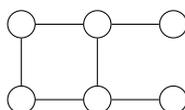


FIGURE 1 – Un configuration de robot.

Il y a plusieurs types de robots :

- les robots à 1 voisin ; ils sont reliés à 1 seul robot par un canal de communications ;
- les robots à 2 voisins ; ils sont reliés à 2 robots par 2 canaux de communications ;
- etc ...

Tous les robots à  $i$  voisins sont tous programmés avec le même programme que l'on appellera  $P_i$ .

Par exemple, dans la figure 1, les deux robots de gauches sont de types 2 et sont programmés à l'aide du programme  $P_2$ . Les deux robots du milieu sont de types 3 et sont programmés avec le programme  $P_3$  et enfin les deux de droites sont de type 1 et sont programmés avec le programme  $P_1$ .

Pour cette salle, votre objectif est d'écrire les trois programmes  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$ .

Chaque robot possède un état qui est représenté par un texte que vous pouvez modifier avec votre programme. Vous pouvez, avec votre programme, choisir les états que vous souhaitez. Cependant, il y a trois états prédéfinis qui sont les suivants : "initial", "capitaine" et "ouvrier". L'état "initial" est l'état dans lequel se trouve le robot au démarrage. Quand le robot est à

l'état "capitaine", alors cela veut dire que le robot a été choisi comme capitaine. Quand le robot est à l'état "ouvrier", alors cela veut dire que le robot a été choisi comme un ouvrier.

L'objectif de votre programme est de faire en sorte qu'un seul robot soit à l'état "capitaine", et que tous les autres robots soient à l'état "ouvrier".

Pour cela, vous allez utiliser les programmes  $P_i$  pour faire changer les états de vos robots.

Au démarrage d'un robot, le robot réalise les étapes suivantes :

1. il initialise la valeur de son état à l'état "initial" ;
2. il numérote les canaux de communications de 1 à  $d$  où  $d$  est le nombre de ses voisins. La numérotation est arbitraire et peut changer d'un démarrage à l'autre ;
3. il exécute le programme  $P_d$ .

Les programmes des robots peuvent s'exécuter en parallèle, mais un robot ne peut communiquer qu'avec un seul robot à la fois.

Un programme est un tableau. Chaque ligne du tableau décrit une évolution possible de l'état du robot suite à un échange de messages. Les programmes  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$  de la table 1 sont des exemples des programmes. Ces tableaux contiennent 5 colonnes :

- la colonne "état" décrit l'état du robot ;
- la colonne "canal" donne le numéro du canal de communications ;
- la colonne "émission" contient les messages que le robot envoie après concertation avec son homologue ;
- la colonne "réception" contient les messages que le robot reçoit après concertation avec son homologue ;
- la colonne "nouvel état" est l'état que prendra le robot suite à la communication.

Programme  $P_1$

état	canal	émission	réception	nouvel état
"perdu"	1	"je veux être capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
"perdu"	1	"je veux être ouvrier"	"je veux être capitaine"	"ouvrier"
"perdu"	1	"je veux être ouvrier"	"je veux être ouvrier"	"ouvrier"
"perdu"	1	"j'attends"	"j'attends"	"perdu"

Programme  $P_2$

état	canal	émission	réception	nouvel état
------	-------	----------	-----------	-------------

Programme  $P_3$

état	canal	émission	réception	nouvel état
"en attente"	3	"je veux être capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
"en attente"	3	"je veux être ouvrier"	"je veux être capitaine"	"ouvrier"
"en attente"	3	"j'attends"	"je veux être ouvrier"	"en attente"
"en attente"	1	"je veux être capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
"endormi"	3	"je veux être ouvrier"	"je veux être capitaine"	"ouvrier"

TABLE 1 – Les programmes  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$

Les robots communiquent deux à deux les uns après les autres. Lorsque deux robots communiquent, ils se concertent et choisissent chacun une ligne, dans leurs programmes respectifs, de sorte que les deux lignes choisies soient compatibles. Pour un robot  $r$  une ligne est compatible avec la ligne d'un robot  $s$  si

- l'état du robot est dans la colonne "état" ;
- le canal de communications utilisé est dans la colonne "canal" ;
- le message envoyé par le robot est dans la colonne "émission" ;
- le message reçu par le robot est dans la colonne "réception" et il est le même que le message envoyé par le robot  $s$  (c'est à dire le même message que celui de la colonne "émission" de la ligne choisie par le robot  $s$ ).

Si les robots  $s$  et  $r$  ne peuvent pas trouver de lignes compatibles, alors la communication est interrompue et rien ne se passe. Si les robots  $s$  et  $r$  trouvent plusieurs associations de lignes compatibles, alors ils en choisissent une arbitrairement.

Regardons l'exécution du programme lorsqu'un robot  $r$  a décidé de communiquer avec le robot  $s$ . On supposera que :

- le robot  $r$  a trois voisins et utilise le programme  $P_3$  de la table 1 ;
- le robot  $s$  a 1 voisin et utilise le programme  $P_1$  de la table 1 ;
- le robot  $s$  est situé sur le canal 3 du robot  $r$  ;
- le robot  $r$  est situé sur le canal 1 du robot  $s$  ;
- le robot  $r$  est dans l'état "en attente" ;
- le robot  $s$  est dans l'état "perdu".

Pour communiquer, le robot  $r$  va d'abord sélectionner toutes les lignes de son programme où la case de la première colonne contient "en attente" et la case de la deuxième colonne contient le canal 3. Voici les lignes qu'il a retenu :

état	canal	émission	réception	nouvel état
"en attente"	3	"je veux être capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
"en attente"	3	"je veux être ouvrier"	"je veux être capitaine"	"ouvrier"
"en attente"	3	"j'attends"	"je veux être ouvrier"	"en attente"

Le robot  $s$ , quand à lui, va sélectionner toutes les lignes de son programme où la case de la première colonne contient "perdu" et la case de la deuxième colonne contient le canal 1 : Voici les lignes qu'il a retenu :

état	canal	émission	réception	nouvel état
"perdu"	1	"je veux être capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
"perdu"	1	"je veux être ouvrier"	"je veux être capitaine"	"ouvrier"
"perdu"	1	"je veux être ouvrier"	"je veux être ouvrier"	"ouvrier"
"perdu"	1	"j'attends"	"j'attends"	"perdu"

Une fois fait, les deux robots vont choisir d'un commun accord des messages à s'échanger : c'est à dire que les robots  $r$  et  $s$  vont chacun choisir une ligne parmi leurs lignes restantes de sorte à ce que le message de la case "réception" soit le même que le message de la case "émission" de l'autre robot.

Par exemple, si le robot  $s$  a choisi une ligne dont l'émission est "je veux être capitaine" et la réception est "je veux être ouvrier", alors le robot  $r$  devra choisir une ligne ou son émission est "je veux être ouvrier" et où sa réception est "je veux être capitaine".

Voici toutes les associations possibles :

association 1

robot	état	canal	émission	réception	nouvel état
$r$	"en attente"	3	"je veux être capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
$s$	"perdu"	1	"je veux être ouvrier"	"je veux être capitaine"	"ouvrier"

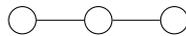
association 2

robot	état	canal	émission	réception	nouvel état
$r$	"en attente"	3	"je veux être ouvrier"	"je veux être capitaine"	"ouvrier"
$s$	"perdu"	1	"je veux être capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"

Les robots choisissent maintenant, de manière arbitraire, une association possible. Supposons qu'ils aient choisi la deuxième association, alors, le robot  $r$  passe à l'état "ouvrier" et le robot  $s$  passe à l'état "capitaine".

Les programmes vont continuer à s'exécuter jusqu'à ce que tous les robots aient obtenus un état "capitaine" ou un état "ouvrier".

L'organisateur du voyage qui a jetté l'éponge depuis longtemps propose cependant une solution pour la salle suivante :



Ce programme est décrit dans la table 2.

Programme  $P_1$

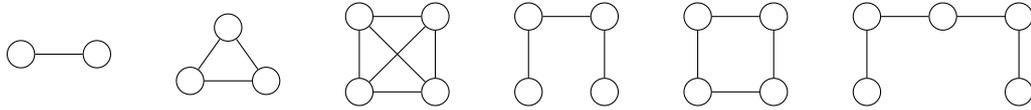
état	canal	émission	réception	nouvel état
"initialisation"	1	"je veux être capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
"initialisation"	1	"je veux être ouvrier"	"je veux être capitaine"	"ouvrier"
"initialisation"	1	"je veux être ouvrier"	"je suis capitaine"	"ouvrier"
"initialisation"	1	"je veux être ouvrier"	"je suis ouvrier"	"ouvrier"

Programme  $P_2$

état	canal	émission	réception	nouvel état
"initialisation"	1	"je veux être capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
"initialisation"	1	"je veux être ouvrier"	"je veux être capitaine"	"ouvrier"
"initialisation"	2	"je veux être capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
"initialisation"	2	"je veux être ouvrier"	"je veux être capitaine"	"ouvrier"
"capitaine"	1	"je suis capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
"capitaine"	2	"je suis capitaine"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
"ouvrier"	1	"je suis ouvrier"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"
"ouvrier"	2	"je suis ouvrier"	"je veux être ouvrier"	"capitaine"

TABLE 2 – Les programmes  $P_1$ ,  $P_2$  de l'organisateur.

1. Est-ce que le programme de l'organisateur est valide ?
2. Quels programmes peut-on écrire pour que tous les robots des salles suivantes élisent un capitaine :



3. Il y a des salles où vous ne connaissez pas tout : par exemple, vous ne connaissez pas le nombre de sommets, mais vous savez que tous les robots sont reliés entre eux. Pouvez-vous écrire des programmes qui déterminent un capitaine ?
4. Il y a une salle où vous ne connaissez ni le nombre de sommet, ni la configuration des canaux de communications. Pouvez-vous écrire des programmes qui déterminent un capitaine ?
5. Il y a une salle où vous connaissez le nombre de sommets mais pas la configuration des canaux de communications. Donnez un programme qui détermine un capitaine.
6. Existe-t-il des programmes informatiques qui prennent en entrée une salle et qui renvoie le programme d'élection d'un capitaine pour les robots de la salle ?