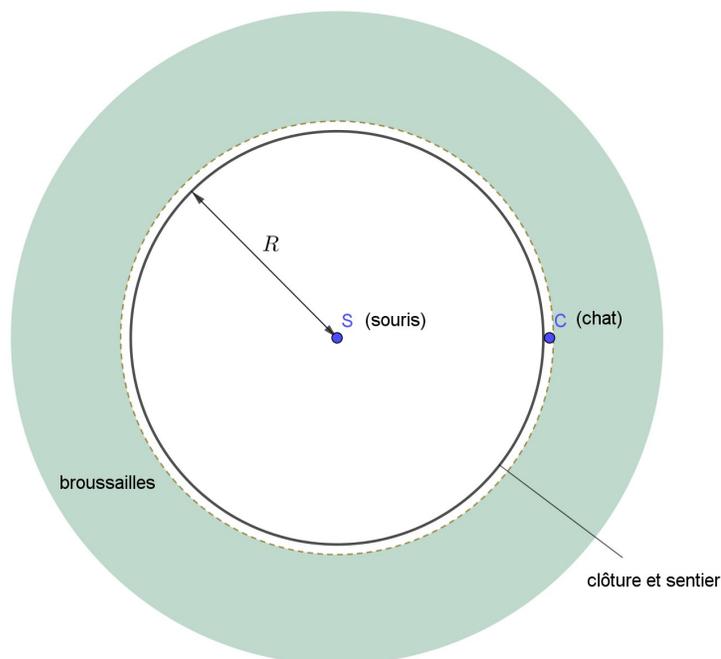


## Sujet 1

Une souris se trouve à l'intérieur d'un enclos grillagé ayant la forme d'un disque de rayon  $R$ . Il y a un sentier tout autour de la clôture, sur lequel un chat patrouille. Le chat ne peut pas entrer dans l'enclos mais la souris peut facilement en sortir grâce à sa petite taille. Juste après le sentier il y a des broussailles impénétrables pour le chat. Le but de la souris est de traverser la clôture et le sentier sans être interceptée par le chat, pour se réfugier dans les broussailles. Le but du chat est d'attraper la souris quand elle sortira de l'enclos.

Le chat peut courir autour de l'enclos à une vitesse  $V$  fixée. La souris peut elle se déplacer à une vitesse  $v$ , inférieure à  $V$ . Pour simplifier, on suppose que le chat et la souris peuvent instantanément changer de direction, en conservant leur vitesse. Enfin à chaque instant, le chat sait l'endroit exact où se trouve la souris, et inversement; ils peuvent ainsi adapter leurs comportements en conséquence. On supposera de plus qu'au départ la souris se trouve au centre de l'enclos circulaire.



**Question** : quelle stratégie peut-on conseiller à la souris pour qu'elle réussisse à se réfugier dans les broussailles? Cette stratégie va dépendre de  $v$  (et de  $V$ ). On peut penser que si la vitesse  $v$  est trop petite (par rapport à  $V$ ), aucune stratégie ne peut réussir. Quelle est la valeur minimale de  $v$  pour que la souris puisse avoir un espoir de quitter l'enclos en échappant au chat?

On pourrait aussi réfléchir à une stratégie pour la souris dans le cas où l'enclos a la forme d'un carré ou d'un triangle équilatéral...