

# Le char de Zeus

MATH.en.JEANS

Septembre 2017

Zeus vient d'acheter, sur internet, un tout nouveau char dernier cri, qui est propulsé par deux chevaux.

Malheureusement, les chevaux fournis sont mécaniques et ont de nombreux dysfonctionnements : le char ne peut se déplacer qu'en arcs de cercle, de rayon fixe, et tous les arcs font exactement  $\frac{1}{5}$  de tour. La figure 1 montre un exemple de déplacement possible.

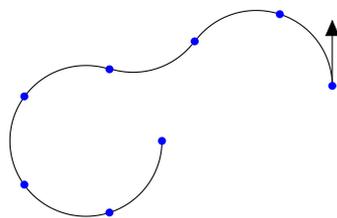


FIGURE 1 – Déplacement d'un char.

En attendant d'avoir de vrais chevaux, Zeus doit utiliser ce moyen de locomotion pour se déplacer.

1. A partir de sa position initiale, quels positions peut-il peut atteindre ?

Il souhaite, faire une boucle, c'est à dire se déplacer de sorte qu'à la fin du déplacement le char soit revenu à son point de départ avec la même direction.

2. Combien de boucles contenant  $n$  arcs peut-il faire ?

Zeus souhaite maintenant visiter du pays. Il ne souhaite pas passer deux fois au même endroit. Il ne veut donc pas que la boucle fasse de croisement.

3. Combien de boucles à  $n$  arcs et sans croisement peut-il maintenant faire ?

Après avoir modifié les chevaux, il a réussi à faire en sorte que le char puisse faire des  $\frac{1}{5}$  de tours, des  $\frac{1}{3}$  de tours et des lignes droites de distance fixe.

4. Quels déplacements peut-il faire maintenant ?

5. Combien de boucles avec et sans croisement à  $n$  pas peut-il faire maintenant ?

Zeus vient enfin de se procurer de vrais chevaux. L'attelage est constitué de deux destriers qui sont positionnés l'un à côté de l'autre. Les chevaux avancent en ligne droite mais à des vitesses différentes. La figure 2 montre à quoi ressemble le char et son attelage.

Maintenant, Zeus peut commander ses chevaux en vitesse : c'est à dire qu'il peut modifier, quand il veut, la vitesse du cheval de droite et la vitesse du cheval de gauche indépendamment. Cependant, il a acheté des chevaux fougueux ! Ainsi, quand ils se déplacent, ils adoptent toujours une allure ou leurs vitesses sont comprises entre  $V_{min}$  et  $V_{max}$ .

Zeus souhaite se déplacer dans les villes.

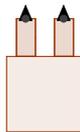


FIGURE 2 – Un char et ses deux chevaux.

6. Peut-il se déplacer dans toutes les rues ? Y-a-t-il des rues qu'il ne puisse pas emprunter ?  
Quels sont les rues utilisables par son engin ?

Zeus souhaite aller du point  $A$ , avec le char orienté dans la direction  $v_A$ , au point  $B$ , avec le char orienté dans la direction  $v_B$ .

7. Quel est le trajet le plus court ?

8. Quel est le trajet le plus rapide ?

Zeus souhaite passer par  $n$  points distincts.

9. Quel est le trajet le plus court pour passer par chacun de ces  $n$  points ?

10. Quel est le trajet le plus rapide pour passer par chacun de ces  $n$  points ?