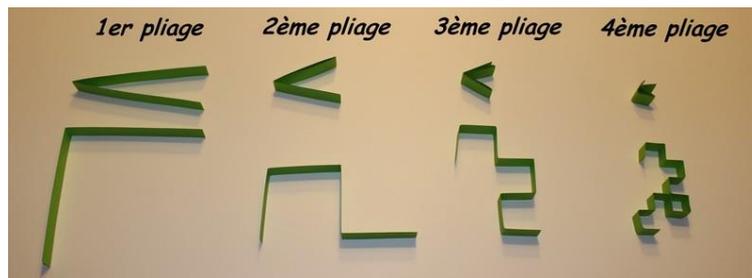


Pliages d'une bande de papier

On considère une bande de papier.



1^{ère} étape. On plie la bande en 2 en son milieu par la droite, et on la déplie en prenant soin d'ouvrir le pli à angle droit.

2^{ème} étape. On la plie deux fois en 2 par la droite, toujours en les centres, et on la déplie en prenant soin d'ouvrir chaque pli à angle droit.

En poursuivant ainsi, on peut plier la bande en 8, etc.

L'objectif de ce sujet est d'étudier les propriétés de la courbe obtenue par ces pliages.

Première partie

Si on suit les plis à partir d'une origine, toujours la même, on tourne tantôt vers la droite (D) tantôt vers la gauche (G), et on peut étudier la suite des virages obtenus. On note V_n la suite des virages obtenus après n pliages. Elle est constituée de D et de G.

Regardons les premiers termes de cette suite (en tenant la bande de papier toujours de la même façon) :

$$1^{\text{er}} \text{ pliage} : V_1 = D$$

$$2^{\text{ème}} \text{ pliage} : V_2 = DDG$$

$$3^{\text{ème}} \text{ pliage} : V_3 = DDGDDGG$$

Déterminez pour chaque pliage le nombre de plis.

On note $V_n(p)$ le p -ième symbole D ou G obtenue après n pliages. Pour des raisons de commodité, on notera (-1) un virage à gauche et (+1) un virage à droite. On a donc : $V_2(3) = -1$ et $V_3(5) = +1$.

Cherchez des relations remarquables satisfaites par les termes $V_n(p)$.

Application. Si on effectue vingt pliages, obtient-on un virage à droite ou un virage à gauche au rang 500 000 ?

Seconde partie. Pour partir d'un point et revenir à ce point, que pensez-vous du nombre relatif de déplacements vers la droite, vers la gauche, vers le haut et vers le bas ? La courbe se recoupe-t-elle ?

Troisième partie. Déterminez pour chaque pliage la longueur des segments. On pourra également préciser le coefficient de réduction des segments d'un pliage à l'autre. Peut-on prévoir la taille (horizontalement et verticalement) de la courbe ?

Indication. Pour cela, on pourra commencer par observer le nombre de segments verticaux et le nombre de segments horizontaux et faire apparaître des relations de récurrence.

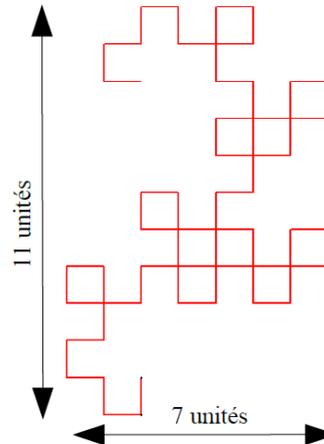
Quatrième partie

Faites des recherches sur internet pour répondre aux questions suivantes :

- Donnez la définition d'une fractale. La courbe du dragon correspond-t-elle à une fractale ? Justifiez.
- Donnez des exemples de fractale issus de la Nature.

Nous avons constaté une certaine logique dans la progression.

Nombre de pliage	Taille horizontale	Taille verticale
1	1*	1
2	1	2
3	3	2*
4	5	3
5	6*	7
6	7	11
7	15	12*
8	23	15
9	26*	31
10	31	47
11	63	52*



Dans chaque colonne, d'une case grise à une grise claire ou inversement, on multiplie le chiffre précédent par 2 et on ajoute 1.

D'une case en gras à la suivante dans l'autre colonne, on multiplie le chiffre précédent par 2 et on ajoute 1.

D'une case avec étoile (*) à la suivante dans l'autre colonne, on multiplie une fois par 2, puis la fois d'après, on multiplie par 2 et on ajoute 2.

Nous conjecturons que cette logique se poursuit indéfiniment.