

Sujet Maths en Jean 2013

Atelier Maths en Jeans du Lycée B. Pascal, Orsay

2013-2014

1 GPS

Michael roule sur l'autoroute. A un moment, il regarde son GPS et les chiffres suivants changent en même temps :

Arrivée dans	1h20
Sortez dans	120 km

Les indications du GPS sont fixées sur la conduite actuelle de Michael qui roule à 130 km/h. Il se demande alors si les chiffres vont à nouveau être identiques s'il conserve la même vitesse tout le temps de l'autoroute? Combien de fois? Pour combien de temps?

Y a-t-il une vitesse où il peut augmenter le nombre de fois ou le temps où les chiffres seront identiques?

2 Feriez-vous un bon cryptanalyste ?

Une nouvelle branche de la cryptologie cherche à trouver des solutions entières à des équations diophantiennes c'est-à-dire aux équations comme :

$$\begin{aligned}3x^2 + 3y^2 &= 12 \\ x^3 + x^2 + x + 1 &= 0\end{aligned}$$

Seriez-vous capable de dire en regardant une équation s'il existe des solutions entières ou non? Et si oui, quelles sont-elles?

Pouvez-vous généraliser à tout type d'équations diophantiennes?

3 Agence de sécurité

Une agence de sécurité propose de sécuriser votre maison à base d'un faisceau qui déclencherait une alarme dès qu'il est coupé. Ce faisceau peut rebondir sur différents miroirs.

Sur l'exemple de la figure 1, on peut voir un seul faisceau parcourant les 7 pièces. Mais cela n'empêche pas le passage de la pièce 2 à la pièce 6 sans le couper. L'entreprise vous engage pour réfléchir sur les possibilités d'optimiser la sécurité à moindre coût. De nouveaux contrats pourront arriver avec différentes configurations pour les pièces.

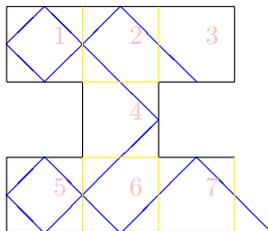


FIGURE 1 – Sécurité : les traits jaunes délimitent les pièces mais ne gênent pas pour passer.

4 Les feux de l'amour

Annabelle, Bernard, Coralie et Didier se situent chacun à un sommet d'un carré (ABCD). Comme tout bon feuilleton américain, Annabelle aime Bernard qui n'a d'yeux que pour Coralie qui se languit pour Didier qui ne pense qu'à Annabelle. A un instant donné, ils décident, tous en même temps, de se diriger vers l'être qu'ils aiment. En admettant qu'aucun obstacle ne se trouve à l'intérieur du carré, vont-ils se rencontrer ? Si oui, quelle sera la trajectoire de chacun ?

La série marchant tellement bien, la production augmente le nombre de personnages (avec toujours la même idée). Que deviennent les trajectoires ?

Et si on en faisait une télé-réalité en mettant des obstacles sur les trajectoires ?

5 Il n'en restera qu'un

On considère un échiquier de taille illimitée sur lequel on dispose n^2 jetons. Au début, ces jetons sont mis dans un tableau $n \times n$. On met un jeton par case.

A chaque étape, on choisit un pion et on le fait sauter horizontalement ou verticalement au dessus d'une case adjacente occupée par un jeton vers une case vide située immédiatement derrière. On enlève alors la pièce sautée.

Pour quelles valeurs de n peut-on espérer terminer le jeu avec un seul jeton sur l'échiquier ? A n fixé, comment poser les pions sur l'échiquier pour pouvoir trouver une stratégie permettant de finir avec un seul pion ?

6 Fête des voisins

On dispose d'un tableau $n \times n$ et on place un nombre réel sur chaque case de son bord.

Est-il possible de remplir le reste du tableau de telle sorte que chaque case soit la moyenne des quatre adjacentes ? Et des 8 adjacentes ?

Peut-on faire la même chose avec des nombres entiers ?

7 Le championnat

La ligue de football de l'Essonne a décidé cette année de lutter contre le réchauffement climatique. Le championnat jeunes regroupe 30 équipes réparties en 5 poules de 6. Pour la première fois, les poules ne seront plus tirées au hasard, mais de façon à minimiser les trajets pour les rencontres (les parents vont être contents). Le problème c'est que les responsables ne savent pas trop comment faire pour déterminer les poules. Pouvez-vous les aider ?