

Un quotient

Étant donné un polygône \mathcal{P} , on va s'intéresser à la quantité suivante :

$$q(\mathcal{P}) = \frac{(\text{périmètre de } \mathcal{P})^2}{\text{aire de } \mathcal{P}}.$$

- (1) Combien vaut $q(\mathcal{P})$ quand \mathcal{P} est un rectangle de côtés a et b ? Est-ce que $q(\mathcal{P})$ peut être aussi grand qu'on veut? Y a-t-il une plus petite valeur possible?
- (2) Y a-t-il une plus petite valeur possible pour $q(\mathcal{P})$ quand \mathcal{P} est un triangle?
- (3) Demandez à votre logiciel de géométrie préféré de calculer $q(\mathcal{P})$ quand \mathcal{P} est un polygone régulier à 5, 6, 7, 10, 50, 100, 200, 500, 1000 côtés. Voyez vous apparaitre une "valeur limite"? Comment se situe $q(\mathcal{P})$ par rapport à cette valeur limite?
- (4) Pouvez-vous démontrer ce que vous avez observé "expérimentalement"?
- (5) Pouvez-vous montrer que pour n'importe quel polygône, $q(\mathcal{P})$ est toujours plus grand que la valeur limite que vous avez identifiée?