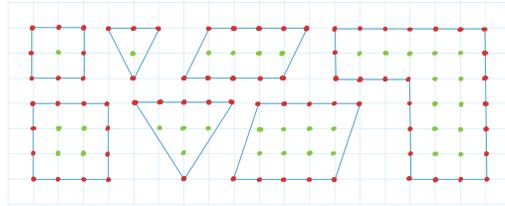
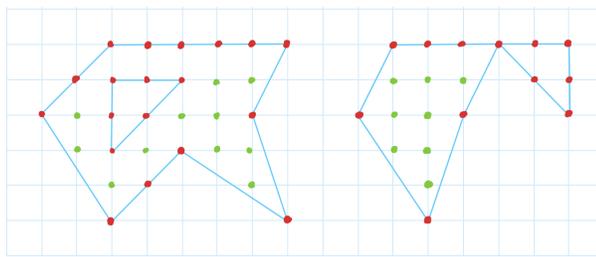


# Calculs d'aire sur papier quadrillé

On considère un quadrillage du plan et une région polygonale  $P$  dont les sommets sont des points du quadrillage. On compte le nombre de points  $i$  du quadrillage situés à l'intérieur de  $P$ , le nombre de points  $b$  du quadrillage situés sur le bord de  $P$  et on calcule l'aire  $A$  de  $P$ .



- (1) À partir de plusieurs exemples de  $P$  (comme ci-dessus), deviner une formule reliant les quantités  $A$ ,  $i$  et  $b$ .
- (2) Démontrer maintenant cette formule.
- (3) *Une application de la formule* : peut-on construire un triangle équilatéral dont les sommets sont des points du quadrillage ?
- (4) Adapter la formule aux cas où la région polygonale  $P$  présente des « trous » polygonaux ou des sommets d'« étranglement » ?



- (5) Existe-t-il une formule analogue en dimension trois ? On considère alors un « cubillage » de l'espace et on s'intéresse au volume d'un polyèdre  $P$  dont les sommets sont des points du « cubillage ».
- (6) Soit  $D$  une région du plan qui, désormais, est quelconque (par exemple,  $D$  est un disque). Peut-on utiliser cette méthode des quadrillages pour approcher l'aire de  $D$  ?