

Un jeu nous a été proposé par François Sauvageot. On considère un jeu à deux joueurs qui se joue avec n jetons identiques ($n \geq 2$).

- Une configuration est la répartition de ces n jetons en un certains nombres de piles.
 - Par exemple pour $n = 4$, les configurations possible sont les suivantes : $[4]$, $[3;1]$, $[2;2]$, $[2;1;1]$ et $[1;1;1;1]$

En partant d'une configuration de départ, les joueurs jouent à tour de rôle et peuvent :

- soit diviser une pile en m piles de même taille ($m \geq 2$)
- soit fusionner deux piles de tailles différentes

Le joueur n'ayant plus de coup possible a perdu.

- La longueur $L(C)$ d'une configuration C est le nombre minimum de coups (en comptant les coups des deux joueurs) qu'il faut à un des deux joueurs pour gagner (c'est à dire que son adversaire peut l'empêcher de gagner en moins de $L(C)$ coups). Si le jeu se termine, on dit que $L(C)$ est finie, sinon dit que $L(C) = \text{infini}$.
 - La longueur $L(n)$ du jeu est la plus grande longueur parmi les configurations de longueur finie.
1. Si on imagine que les joueurs ne cherchent pas nécessairement à gagner, existe-t-il des valeurs de n ($n \geq 2$) pour lesquelles des parties qui durent indéfiniment ?
 2. Peut-on trouver toutes les configurations de longueur 1 ?
 3. Peut-on caractériser les valeurs de n ($n \geq 2$) pour lesquelles le jeu est de longueur supérieure ou égale à 2? à 4?
 4. Peut-on toujours trouver, pour $n \geq 2$, la longueur du jeu à n jetons?
 5. Peut-on caractériser les valeurs de n ($n \geq 2$) pour lesquelles toutes les configurations sont de longueur finie?
 6. Peut-on faire évoluer ce jeu vers un jeu à plus de 2 joueurs?

Bien sûr, nous chercherons toutes les réponses à ces questions en partant du principe que les deux joueurs ne font jamais de "faute". Mais nous réfléchirons aussi à des stratégies qui pousseraient un joueur à en faire.