

Sujet 2 - Soirée groupée

Exposé- 2 élèves

Dans une soirée, il y a $N \geq 1$ invités à l'instant N . A l'instant suivant, un nouvel invité arrive à la fête. Des groupes se créent dès le début de la soirée selon la règle suivante : à l'instant $N + 1$, le nouvel invité arrive parmi les N personnes déjà présentes et décide

- soit de créer un nouveau groupe et de le rejoindre, avec une probabilité $\frac{a}{a+N}$ où $a \geq 0$ est donné et fixé ;
- soit de rejoindre un groupe déjà existant et comportant k invités, avec une probabilité $\frac{k}{a+N}$

Une fois qu'un invité s'installe dans un groupe, il ne le quitte plus au cours de la soirée. De plus, aucun invité ne quitte la soirée.

On laisse alors la soirée évoluer selon la règle précédente.

- A l'instant $N \geq 1$, y a-t-il beaucoup de groupes composés d'une seule personne, ou au contraire, observe-t-on souvent un unique groupe d'invités ?
- Comment se répartissent les groupes en général à l'instant $N \geq 1$?
- Et si on laisse la soirée se dérouler ?