Subject 3. **Evolution of a population**

Si on considère le nombre $N(t)$ d'individus dans une population au temps t (discret, mesuré en année), on peut considérer le modèle d'évolution simple :

- Si pas d'éléments favorables dans l'année t, pas de nouvel arbre (et mort de quelques anciens), donc $N(t+1) = a\,N(t)$ avec $a<1$;
- Si un élément favorable se produit dans l'année t, il y a apparition de nouveaux individus, et donc $N(t+1) = b\,N(t)$ avec $b>1$.

Et on considère qu'à l'année t, il y arrive une élément favorable avec la probabilité p.

On peut se demander, partant d'une population N_0 à l'année initiale t_0, quelle sera approximativement la population lors d'une année t, avec t assez grand.

On peut aussi compliquer le modèle, et considérer le nombre $n_i(t)$ d'un des différents états i de l'arbre (jeune, adulte, vieillissant, …) à l'instant t pour i allant de 1 à s (s: nombre total d'états), et considérer les coefficients de transitions d'un état i à un état j lors de l'année t à l'aide de coefficients $M_{ij}(t)$. On a alors

$$n_j(t+1) = \sum_{i=1}^{s} M_{ij}(t)\, n_i(t)$$

et $N(t+1) = \sum_{j=1}^{j=s} n_j(t+1)$.

Dans le cas d'une année défavorable pour le passage de l'état i à l'état j, alors $M_{ij}(t) = a_{ij}(t) < 1$, dans le cas d'une année favorable, alors $M_{ij}(t) = a_{ij}(t) > 1$.

Ces coefficients dépendent d'une probabilité $p_{ij}(t)$.

Se pose alors la question du nombre total d'arbre à l'instant t, ainsi que le nombre d'arbre dans chaque état i.