

Sujet 1 . Rectangles emboîtés.

On considère un rectangle ABCD, de petit côté 1 et de grand côté $L > 1$. On insère dans ce rectangle à partir de la gauche autant de carrés de côté 1 qu'il est possible (sur le dessin un seul carré). Il reste alors un rectangle EBCF, de grand côté 1 et de petit côté $b < 1$ (sauf si L est un entier, dans ce cas il ne reste rien et le processus s'arrête). On insère dans ce deuxième rectangle à partir du haut autant de carrés de côté b qu'il est possible (sur le dessin un seul carré). Il reste alors un rectangle GHCF de grand côté b . On peut alors poursuivre le processus... on obtient ainsi des rectangles successifs $R_1, R_2, R_3, \dots$

On dira que deux rectangles sont semblables s'ils ont le même rapport grand côté/petit côté.

On propose de chercher les réponses aux questions suivantes.

1. Le processus s'arrête-t-il toujours au bout d'un nombre fini d'étapes ? Sinon, quelle condition a-t-on sur le nombre réel L pour qu'il n'y ait qu'un nombre fini d'étapes ?
2. Est-il possible qu'au bout d'un certain nombre d'étapes, on obtienne un rectangle semblable au rectangle de départ, ou à un des rectangles qui précèdent ?

Vous pourrez aussi programmer le calcul des rapports grand côté/petit côté des rectangles successifs et regarder ce qu'on obtient pour un certain nombre d'exemples.

