…fres, ça persiste !

On se donne un nombre entier positif et on ajoute ses chiffres pour obtenir un second nombre. On continue ainsi de suite.

Exemple. On se donne $N=473$. On obtient successivement :

- $4+7+3=14$
- $1+4=5$ On ne peut plus poursuivre.

On note n le nombre de chiffres de N, b le nombre de boucles et c le chiffre au final obtenu. Dans l'exemple ci-dessus, on a donc : $n=3$, $b=2$ et $c=5$.

1/ Traiter des exemples. Emettre quelques premières remarques.

2/ Quel lien peut-on trouver avec le critère de divisibilité par 9 ? avec la preuve par 9 ?

3/ Examiner le cas de 4444^{4444}.

4/ c peut-il prendre toutes les valeurs comprises entre 0 et 9 ?

5/ Montrer que l'algorithme se termine toujours. Ecrivez cet algorithme.

6/ Pour chacune des valeurs possibles de c, peut-on trouver un nombre de boucles égal à 1, 2, 3 puis 4 ? A votre avis, b peut-il prendre toutes les valeurs entières ?

Avec la multiplication

A présent, on se donne un nombre entier positif et on n'ajoute plus, mais on multiplie les chiffres de ce nombre.

Exemple. On se donne N=423. On obtient successivement :

- $4\times 2\times 3=24$
- $2\times 4=8$ On ne peut plus poursuivre.

On note n le nombre de chiffres de N, b le nombre de boucles et c le chiffre au final obtenu. Dans l'exemple ci-dessus, on a donc : $n=3$, $b=2$ et $c=8$.

1/ Traiter des exemples. Emettre quelques premières remarques.

…urs comprises entre 0 et 9 ?

…mine toujours. Ecrire cet algorithme.

4/ A votre avis, b peut-il prendre toutes les valeurs entières ?

--

Dans la littérature scientifique, ***b est la persistance additive ou multiplicative selon le cas****. Il semble que la persistance additive ne soit pas bornée, contrairement à la persistance multiplicative qui le serait par 11 (c'est la plus grande valeur à ce jour connue).*

Les résultats obtenus (c'est-à-dire les valeurs de c) s'appellent selon le cas les racines numériques additives ou les racines numériques multiplicatives.

Pour N= 4444^{4444} , $c=7$ et $b=3$. http://math.univ-lyon1.fr/~germoni/irem/7/4445.html

Pour la persistance multiplicative, on notera que :

- *Si un nombre possède un 0, la persistance de ce nombre est de 1.*
- *La persistance d'un nombre possédant un ou plusieurs 1 est la même que ce même nombre sans le ou les 1.*
- *Si un nombre possède au moins un 2 et un 5, sa persistance sera inférieure ou égale à 2, puisqu'au bout d'une étape, le nombre obtenu comportera au moins un 0.*
- *Les 4 et les 8 sont obtenus avec des 2 car 4= 2 2 et 8 2 2 2.*
- *Les 6 sont obtenus avec des 2 et des 3 car 6 2 3.*
- *Les 9 sont obtenus avec des 3 car 9 3 3*

Finalement, on en déduit que tous les nombres intéressants peuvent être remplacés par un autre nombre ne comportant que des 2, 3, 5 ou 7 sans que le 2 et le 5 ne soient présents en même temps. De plus, différents nombres comportant les mêmes chiffres mais dans un ordre différent ont la même persistance multiplicative. Par exemple, 224, 242 et 422 vont tous les trois donner 16 à l'étape suivante. On peut utiliser ces astuces dans un la construction d'un algorithme pour améliorer la performance (rapidité et nombres plus grands).

Référence :

http://villemin.gerard.free.fr/aNombre/MOTIF/Chiffres/Multant.htm