MATh.en.JEANS (MeJ)

- « [...] faire vivre les **mathématiques** par les **jeunes**, selon les principes de la **recherche** [...] rencontrer des **chercheurs** et de pratiquer en **milieu scolaire** une authentique **démarche scientifique**, avec ses dimensions aussi bien **théoriques** qu'**appliquées** [...] » http://www.mathenjeans.fr/mej_quoi
- « faire découvrir aux élèves les **aspects ludiques et merveilleux des mathématiques**, par la **pratique de la recherche** » http://www.mathenjeans.fr/association

Collège

Collège Monséjour
7 rue Chanoine André Lacaze
33200 Bordeaux

Jennifer Jacquet

2018-2019

Enseignant – Chercheur

http://www.labri.fr/perso/guibert/

Informatique

Département informatique

Institut **U**niversitaire de **T**echnologie (IUT)

Université de Bordeaux

Laboratoire **B**ordelais de **R**echerche en **I**nformatique (LaBRI)

Équipe : *Combinatoire et Algorithmique*

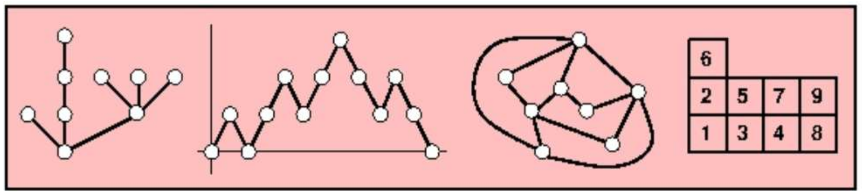
Thème : *Combinatoire Énumérative et Algébrique*

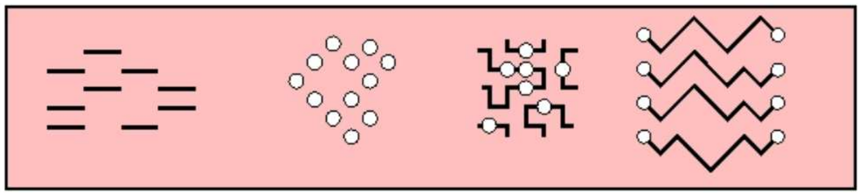
Recherche

http://www.labri.fr/index.php?n=CombAlgo.CombEnum

- **Combinatoire** : étude des structures discrètes qui apparaissent en informatique, en mathématiques, etc.

- **Combinatoire énumérative** : quel est le nombre d'objets d'une taille donnée ?





Jeux de *Tafl* : historique

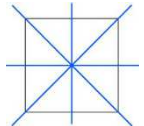
https://fr.wikipedia.org/wiki/Jeux_de_Tafl

- Plus ancienne trace : IVe siècle, morceau de tablier (plateau, *tafl*) découvert à Wimose (Danemark)
- Jeux délaissés à partir du XIIe siècle (à l'arrivée des échecs)
- Les plus connus : *Tablut*, *Hnefatafl* (la table du roi) et sa version moderne « le jeu des Vikings », *Ard-ri*, *Alea Evangelii*, *Brandub*
- On ne sait pas qui des Scandinaves ou des Britanniques l'ont transmis à l'autre

- Jeu de stratégie combinatoire abstrait : deux joueurs s'opposent et jouent à tour de rôle, tous les éléments sont connus, le hasard n'intervient pas
- Règles exactes non retrouvées mais reconstituées

Jeux de *Tafl* : caractéristiques

- Un tablier de jeu carré de côté impair
- Placement initial symétrique



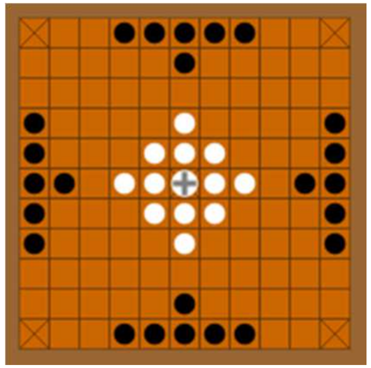
- Deux camps (forces inégales, objectifs différents) :
  - Défenseurs :
    - Un roi et sa garde de guerriers
    - Doivent amener le roi dans l'une des forteresses de coin

  - Assaillants :
    - Des guerriers, deux fois plus nombreux
    - Doivent capturer le roi
    - Commencent la partie

- Déplacement orthogonal vers un emplacement libre
- Capture par encerclement

Jeux de *Tafl* : placements initiaux

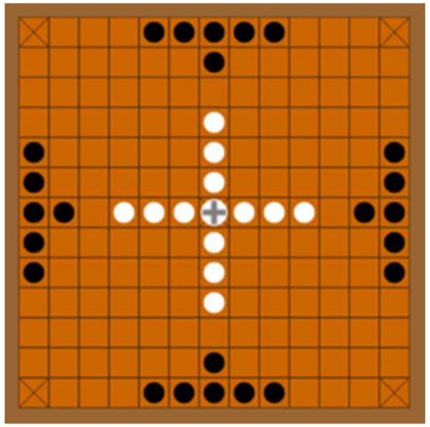
Nom	tablier	
Hnefatafl	**11×11**	**12**
Hnefatafl	13×13	12
Tawl-bwrdd	11×11	12
Alea evangelii	19×19	24
Ard-Ri	7×7	8
Tablut	9×9	8



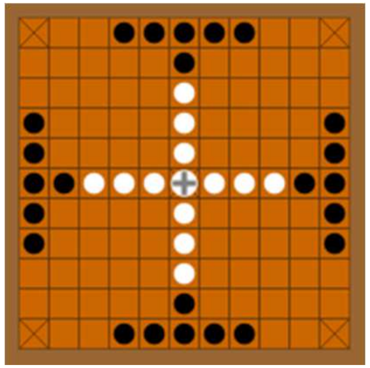
 4 forteresses de coin

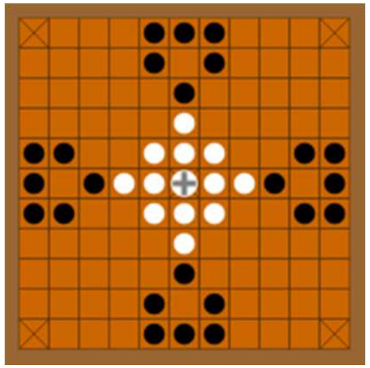
 1 forteresse centrale où est placé initialement le roi

Jeux de *Tafl* : placements initiaux

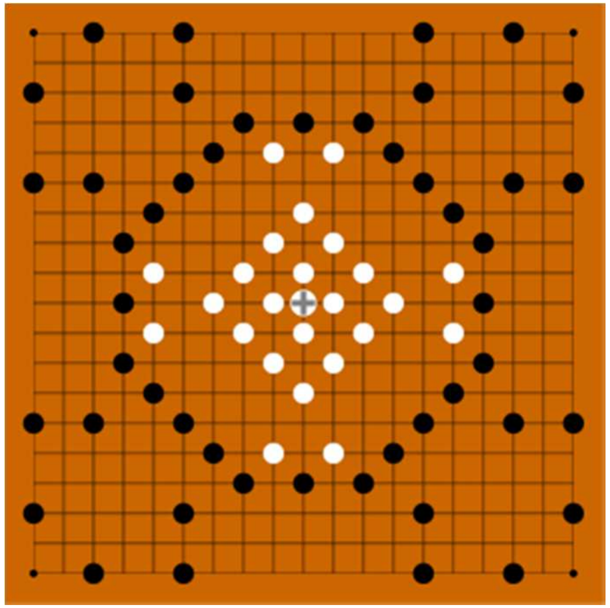


Hnefatafl

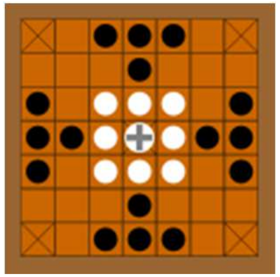




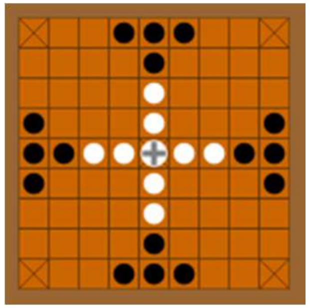
Tawl-bwrdd



Alea evangelii



Ard-Ri



Tablut

Jeu des Vikings : webographie

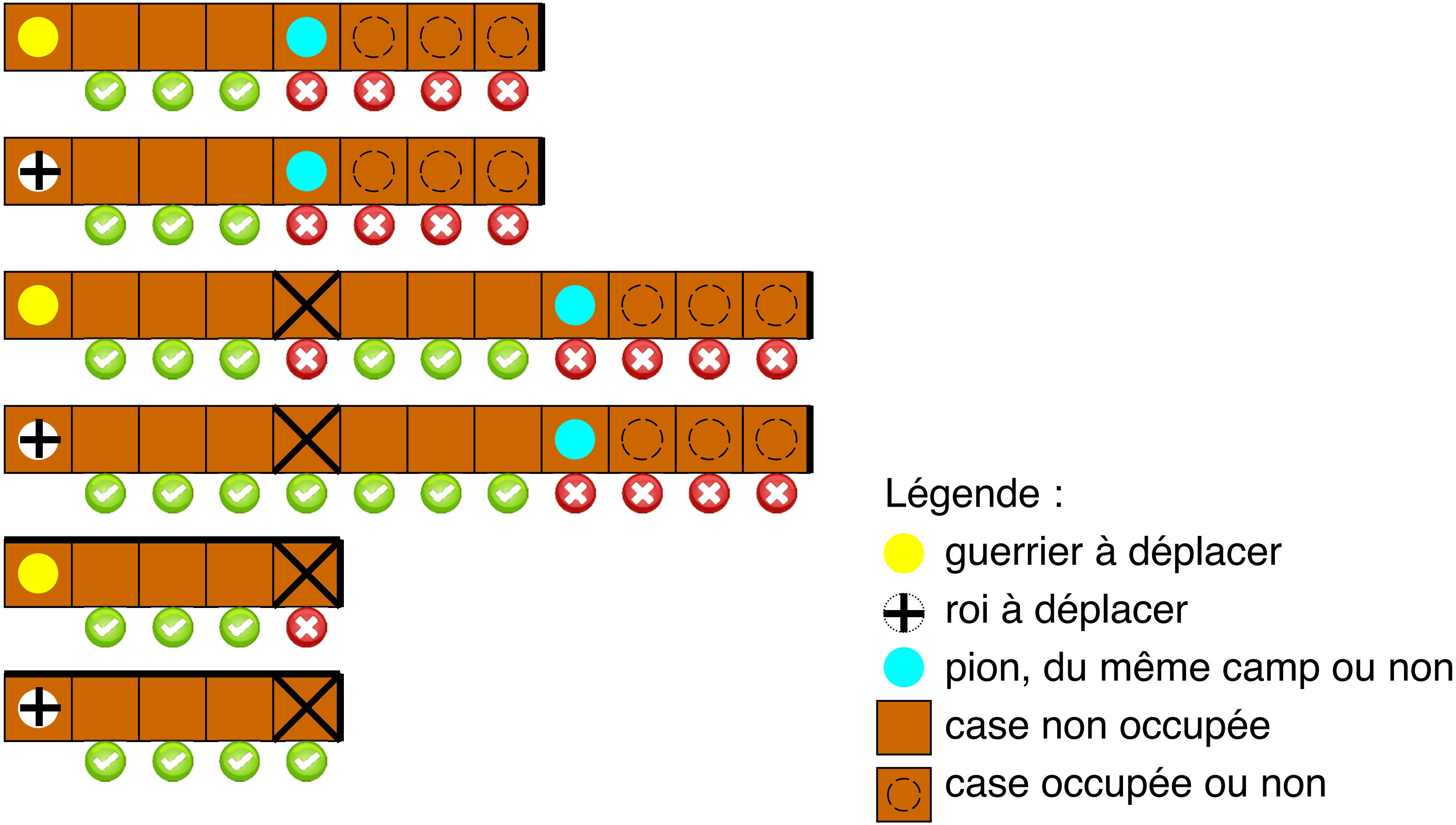
- https://boardgamegeek.com/boardgame/2932/hnefatafl
- http://www.trictrac.net/jeu-de-societe/hnefatafl/infos
- http://aagenielsen.dk/hnefatafl_online.php
- https://www.facebook.com/worldtaflfederation World Tafl Federation Championship

Jeu des Vikings

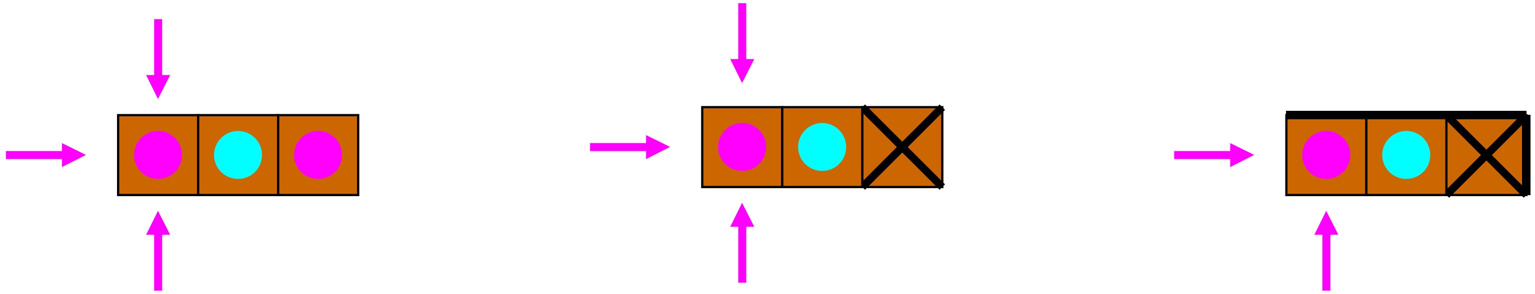
- Contexte
  - Le but du jeu est de prendre le roi prisonnier. La garde royale lutte contre les assaillants. Les assaillants sont majoritaires. Conséquemment, le roi est forcé de s'enfuir.
- Matériel
  - Le jeu est composé d'un tablier de 11x11.
  - Les défenseurs possèdent un roi et 12 guerriers ; les assaillants possèdent 24 guerriers.
- Placement initial
  - Le roi est placé au centre du tablier, entouré de sa garde royale. Les assaillants sont disposés sur les 4 bords du tablier.
  - Les assaillants commencent par bouger un de leurs guerriers, et l'on continue en alternance.
- Déplacement
  - Les pions (roi et guerriers) peuvent se déplacer horizontalement et verticalement d'autant de cases que voulu, sans sauter par dessus un autre pion ni occuper sa case.
  - Les guerriers peuvent traverser la forteresse centrale, mais sans s'y arrêter.
  - Seul le roi peut occuper une forteresse (centrale ou de coin).
- Capture
  - La capture d'un guerrier se fait en l'encerclant horizontalement ou verticalement avec un pion adverse de chaque côté. Le roi est capturé en l'encerclant entièrement (horizontalement et verticalement), avec éventuellement des guerriers de sa garde.
  - Les forteresses (centrale et de coin) comptent comme un pion pour la capture.
- Fin de partie
  - Les assaillants ont gagné si le roi est entouré d'assaillants.
  - Les défenseurs ont gagné si le roi arrive à s'enfuir dans l'une de ses 4 forteresses de coin.

Jeu des Vikings : déplacement

D'un pion dans les 4 directions (ex. : → à droite) :



Jeu des Vikings : capture d’un guerrier

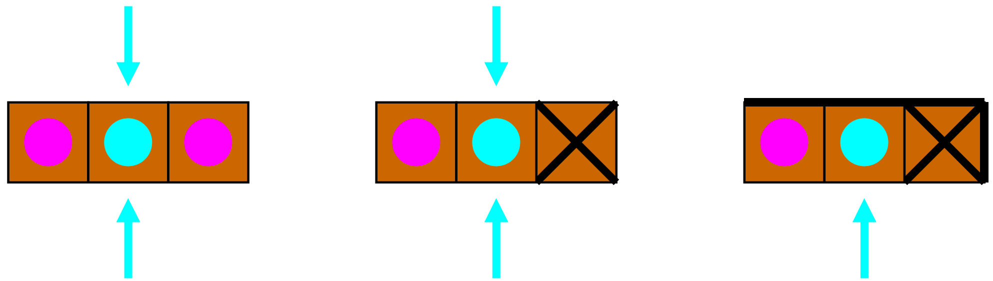


Légende :

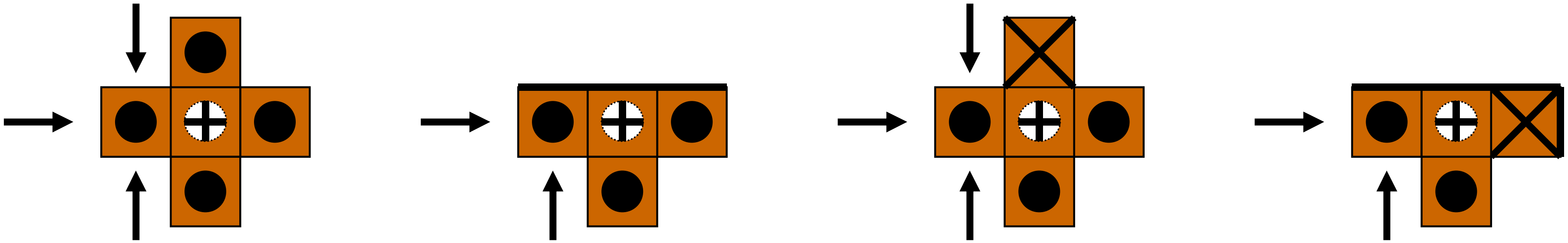
- pions capturant suite au déplacement de l’un d’eux
- guerrier adverse capturé

Plusieurs guerriers peuvent être capturés simultanément.

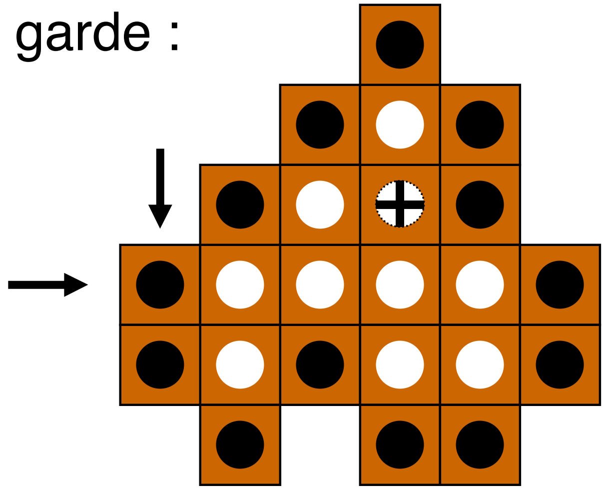
Pas de capture lorsque :



Jeu des Vikings : capture du roi



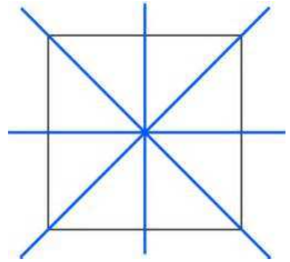
Exemple de capture du roi et de guerriers de sa garde :

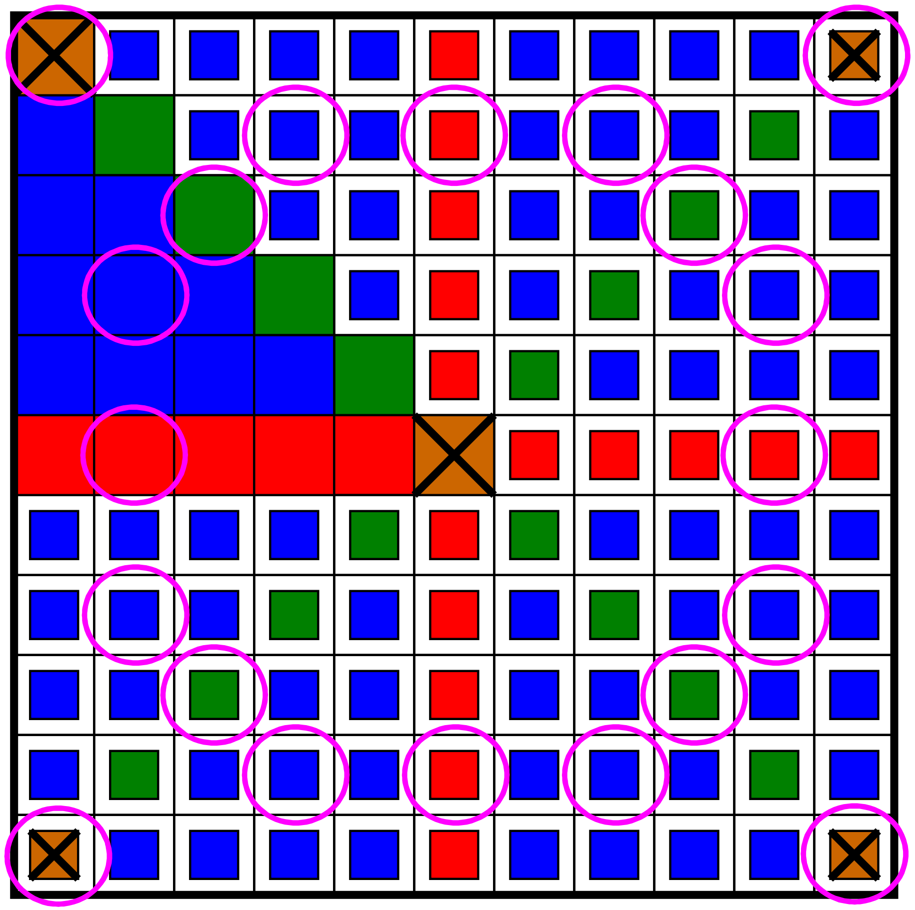


Légende :

- assaillants capturant le roi suite au déplacement de l'un d'eux
- roi capturé

Symétries du tablier





$(2k+1)\times(2k+1) =$

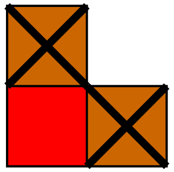
- $1+4$
- $4k$
- $4(k-1)$
- $8k(k-1)/2$

avec $k \in \mathbb{N}$

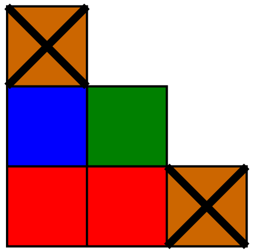
k	1	2	3	4	**5**
	1	2	3	4	**5**
	0	1	2	3	**4**
	0	1	3	6	**10**

Nombre de placements initiaux

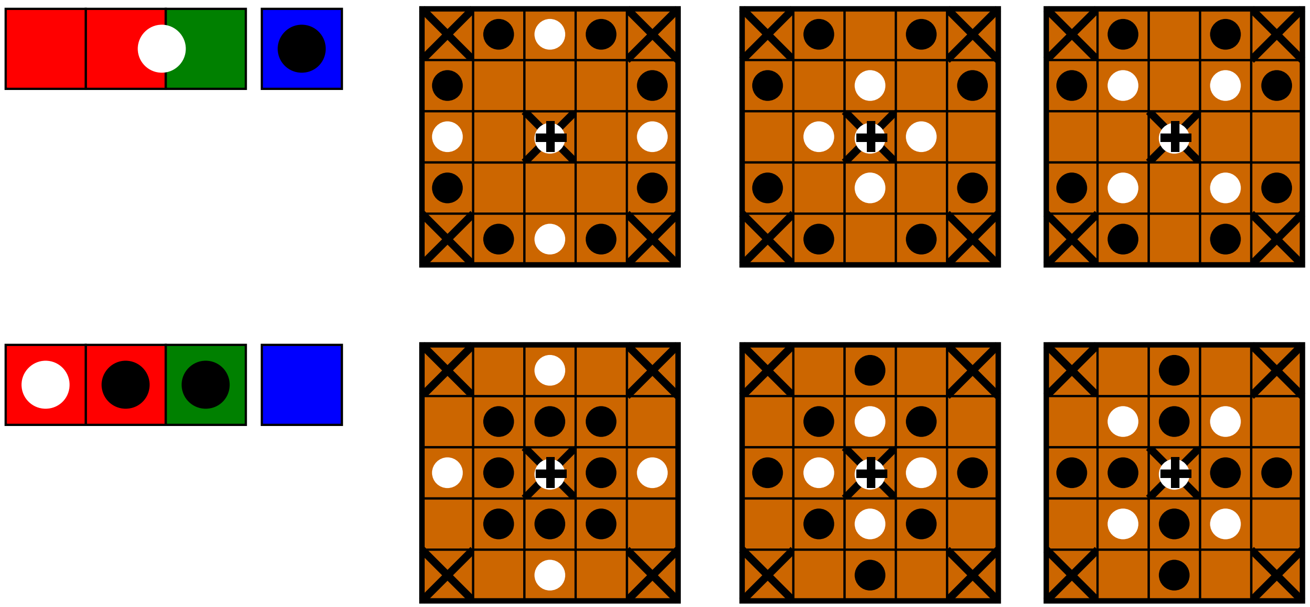
$1 \leq k \leq 2$



k = 1 (3×3) : aucune possibilité

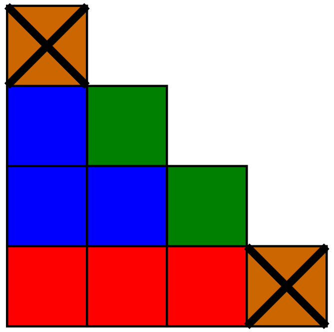


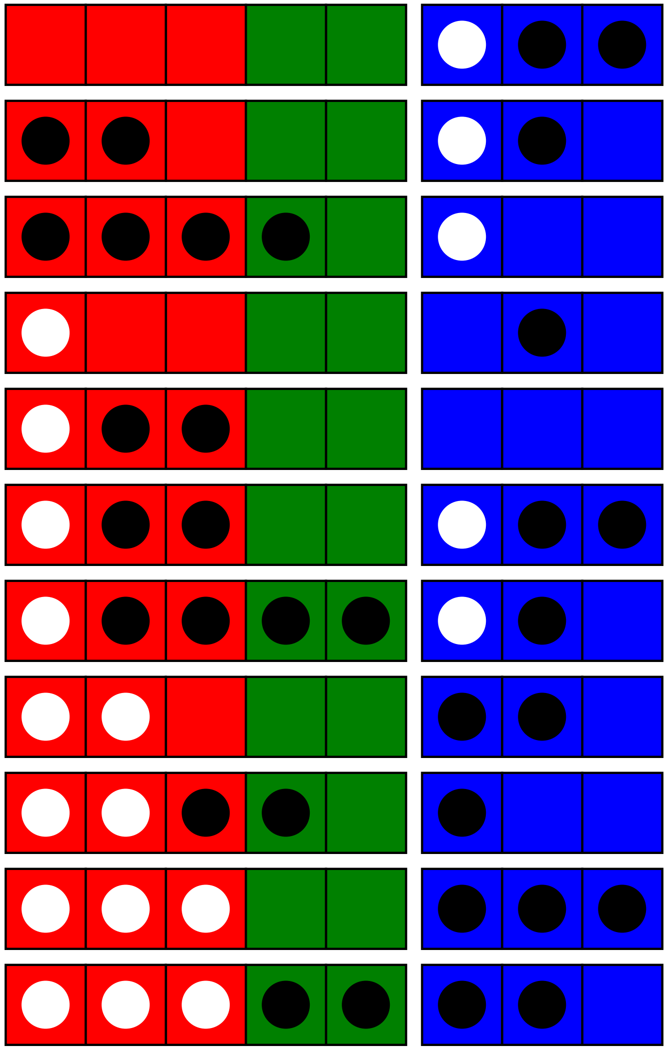
k = 2 (5×5) : 6 possibilités



Nombre de placements initiaux

k = 3 (7×7) : 403 possibilités





3 = 1 * 3

60 = 10 * 6

15 = 5 * 3

15 = 5 * 3

30 = 30 * 1

90 = 30 * 3

30 = 5 * 6

30 = 10 * 3

90 = 30 * 3

10 = 10 * 1

30 = 10 * 3

Problème

Quelle stratégie doit élaborer chaque camp pour gagner à coup sûr ou pour forcer la partie nulle ?

– Pour l'une, plusieurs ou chacune des 6 possibilités des placements initiaux pour k = 2 (5×5)
– Pour l'une ou certaines des 403 possibilités des placements initiaux pour k = 3 (7×7)