

**Sujet pour Math.en.Jeans
Avignon, 2013/2014**

Andrea Venturelli

Pavages par des dominos

On considère un carré $n \times n$ formé de n^2 petits carrés de côté 1. Dans la Figure 1 on a dessiné un tel carré avec $n = 7$.

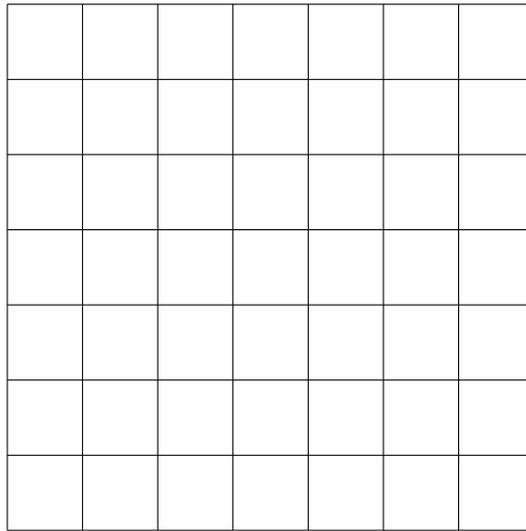


Fig. 1: un carré 7×7

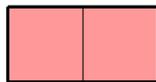


Fig. 2: domino rectangulaire 1×2

Un domino est un rectangle 1×2 formé de deux petits carrés ayant un côté en commun (voir Fig. 2). Maintenant on supprime une case (c'est-à-dire un petit carré) au grand carré. Par exemple, dans la Figure 3 on a supprimé la case d'abscisse 3 et ordonnée 5.

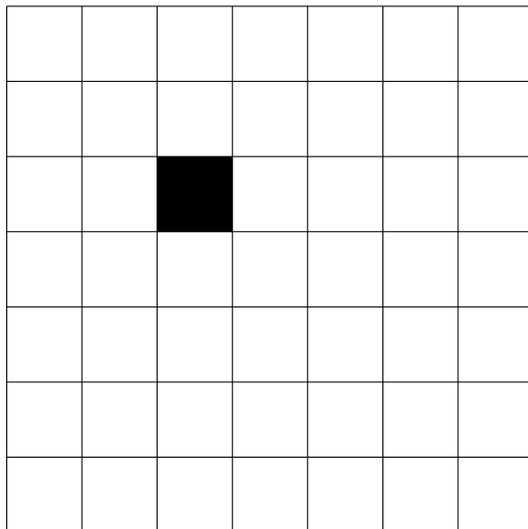


Fig. 3 : un carré 7×7 avec une case supprimé.

On se pose la question suivante : peut-on toujours paver ce qui reste du grand carré avec des dominos rectangulaires? Est-ce que la réponse dépend du coté n du grand carré? Est-ce qu'elle dépend de la case supprimée? Si oui, quelles sont les cases qu'on peut supprimer afin de pouvoir paver ce qui reste du carré avec des dominos rectangulaires? Dans la Fig. 4 on commence à paver le carré de la Fig. 3, mais peut-on aller jusqu'au bout?

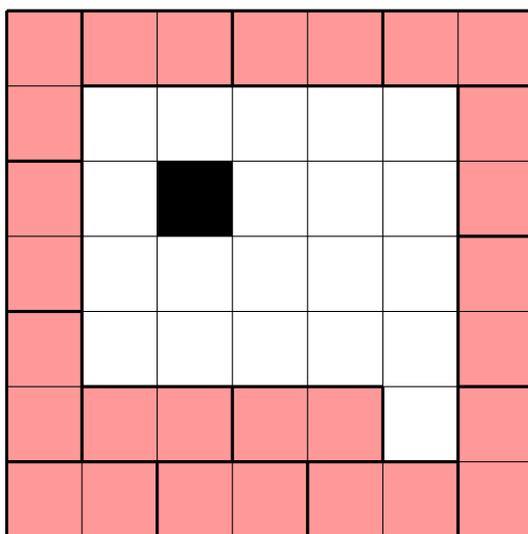


Fig. 4 : premier pas vers un pavage?

Si vous avez résolu le problème, on peut maintenant considérer des dominos rectangulaires 1×3 , c'est-à-dire formés de trois petits carrés, comme dans la Fig. 5, et se poser la même question : si on enlève une case au carré, dans quels cas peut-on paver ce qui reste avec des dominos 1×3 ? Et si maintenant on considère des dominos formés avec trois petits carrés, mais en forme de L , comme dans la Fig. 6?

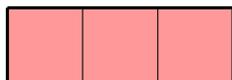


Fig. 5: domino rectangulaire 1×3 .

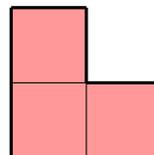


Fig. 6: domino en forme de L