Sujet 2 : Pavage !

C'est jour de rénovation, les élèves décident qu'il est temps de rénover la salle réservée aux ateliers de MATHs.en.JEANS en remplaçant le lino par du carrelage.

Toutes les salles à paver sont rectangulaires et de tailles entières. Les carreaux sont des rectangles.

Avant de commencer, les élèves, sages, décident de demander des conseils à leurs professeurs. Guillaume, qui est toujours de bons conseils, leur suggère de ne jamais faire apparaître de croix à la jonction des carrelages. On ne sait jamais !

Corinne, plus pragmatique, leur conseille de n'utiliser que des tuiles de tailles entières, c'est plus carré !

Par exemple, la figure 1 montre un joli pavage qui ravira tout le monde.

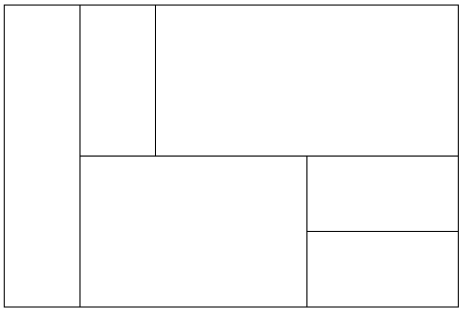

FIGURE 1 – un joli pavage sans croix

Par contre, la figure 2 montre un horrible pavage : une croix y est présente à la jonction des tuiles.

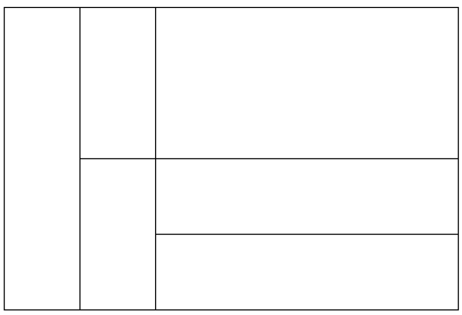

FIGURE 2 – un horrible pavage

Pour s'entraîner ils décident de paver les toilettes. Il s'agit d'un long rectangle de taille

$2 \times N$ et les élèves ont décidé de n'utiliser que des carrelages de taille 1×2. Combien de pavages est-il possible de faire ?

En fait, en mesurant les toilettes, il s'avère que la taille du couloir est de $3 \times N$. Que devient le nombre de pavages ?

La deuxième salle est évidement l'atelier de MATHs.en.JEANS. Il s'agit d'un carré de taille $N \times N$, mais les élèves ne peuvent commander que K carrelages de la taille qu'ils souhaitent. Combien de façons y-a-t-il de décorer le sol ?

Maintenant, il veulent améliorer le foyer, c'est un rectangle de taille $M \times N$ et ils doivent le paver avec K tuiles identiques de taille $X \times Y$. Combien de pavages est-il possible de faire ? Même question, s'ils décident d'utiliser des tuiles quelconques.