Sujet n°5 : Écrire les nombres autrement

Première partie

Pour écrire un nombre en base deux, on peut faire un tableau avec les puissances de 2 (1, 2, 4, 8, 16, 32, …) comme dans l'exemple ci-dessous pour le nombre 25 :

	32	16	8	4	2	1
25	0	1	1	0	0	1
reste	25	9	1	1	1	0

Le tableau se lit de gauche à droite de la façon suivante :

- 32 est plus grand que 25, donc on laisse, et il reste toujours 25.
- 16 n'est pas plus grand que 25, donc on enlève 16 à 25, il reste 9.
- 8 n'est pas plus grand que 9, donc on enlève 8, il reste 1.
- 4 est plus grand que 1, donc on laisse, et il reste toujours 1.
- 2 est plus grand que 1, donc on laisse, et il reste toujours 1.
- 1 n'est pas plus grand que 1, donc on l'enlève, et il reste 0.

L'écriture en base deux de 25 est donc 011001 ou, en enlevant le 0 initial (tout comme on le fait en base dix), 11001. On écrit :

$$[25]_2 = 11001.$$

Donner l'écriture en base deux des premiers entiers. Comment faire une addition en base deux ? Une multiplication ? Trouver un critère de divisibilité par 2, par 4, par 3… pour les nombres écrits en base deux.

Seconde partie (à ne faire qu'après avoir compris la première)

Dans le tableau précédent, on remplace les puissances de deux par les termes de la *suite de Fibonacci* : 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,…, où chaque nombre est la somme des deux qui le précèdent. Pour 25, le tableau s'écrit désormais :

	21	13	8	5	3	2	1
25	1	0	0	0	1	0	1
reste	4	4	4	4	1	1	0

L'écriture de 25 en *base de Fibonacci* (ou *de Zeckendorf*) est donc 1000101. On écrit :

$$[25]_F = 1000101.$$

Donner l'écriture en base de Fibonacci des premiers entiers. Donner un moyen simple de savoir si une expression telle que 1011010 est (ou n'est pas) l'écriture en base de Fibonacci d'un entier. Comment faire une addition en base de Fibonacci ? Chercher un critère de divisibilité par 2.