

La Cigale et la Fourmi font des Maths!

Sujets MATH en JEANS 2013/2014

Proposés par Juliette Bavard (IMJ, Paris VI)
Pour les collèges Robert Buron (Nandy) et la Pyramide (Lieuxaint)

Nous prenons comme point de départ une célèbre fable de Jean de La Fontaine, *La Cigale et la Fourmi*. La Cigale, passionnée par son art (le chant), n'a pas pensé à faire de provisions pour l'hiver et va donc, le moment venu, demander quelques grains à la Fourmi, qui refuse de partager ses réserves : « Vous chantiez ? J'en suis fort aise. Et bien, dansez maintenant ! », lui dit-elle. Ne prenons pas partie dans cette sombre histoire, mais voyons plutôt ce qu'il s'est passé ensuite, après cette fameuse dispute...

Remarque importante : Les sujets sont indépendants ! Vous pouvez donc choisir celui que vous voulez, sans avoir traiter les autres.



Sujet 1 : La Fourmi fait du rangement

Après le départ de la Cigale, la Fourmi, seule chez elle, commence à ranger ses grains. Elle les compte, puis décide de les disposer sur une ou plusieurs lignes de telle sorte que chaque ligne comporte le même nombre de grains. De combien de façons peut-elle faire son rangement (en fonction du nombre de grains) ? Que remarque-t-on concernant les nombres de lignes possibles ? Dans quels cas la Fourmi n'a-t-elle que deux dispositions possibles ?

Sujet 2 : La Fourmi invite ses amies

Après avoir passé quelques jours à ranger, la Fourmi invite ses amies. L'une d'entre elle, voyant la réserve de grains, propose de faire un lancer de grains, en suivant un protocole bien particulier : les fourmis se placent dans la maison en prenant garde que toutes les distances les séparant soient différentes, ainsi aucune des fourmis n'a deux voisines à la même distance d'elle. Ensuite, chacune lance un grain à sa plus proche voisine.

- Les fourmis ont l'impression qu'il y aura toujours au moins l'une d'entre elles qui ne recevra pas de grain. Ont-elles raison ?
- Les fourmis ont l'impression qu'il y aura toujours au moins deux fourmis qui échangeront leurs grains lors du lancer. Ont-elles raison ?
- Les fourmis cherchent à se placer de telle sorte que leur hôte reçoive tous les grains sauf le sien lors du lancer. Est-ce possible ?
- Peut-on trouver une configuration des fourmis dans la maison pour laquelle deux trajectoires de grains se croiseraient lors du lancer ?

Sujet 3 : La vengeance de la Cigale

Au bout d'un moment, ce qui devait arriver arriva : le lancer de grains dégénère. Certains grains frappent contre les murs, la maison de la Fourmi tremble un peu, et le tableau préféré de cette dernière se décroche : le clou sur lequel il était accroché est tombé ! Heureusement le tableau n'est pas cassé. « Il faudrait le fixer plus solidement au mur... » dit la Fourmi. La Cigale, qui passe par là, lui propose alors son aide : « Si vous le voulez, en échange de quelques grains, je peux accrocher votre tableau avec DEUX clous, lui propose-t-elle, un sourire en coin.

- C'est une bonne idée, se réjouit la Fourmi. De cette façon, si l'un des deux clous tombe, la ficelle du tableau restera attachée sur le premier, et ainsi le tableau ne tombera pas ! Marché conclu, vous aurez deux grains en échange, mais pas plus ! »

Mais la Cigale, qui souhaite en réalité se venger, n'a pas cette idée en tête : elle plante les deux clous dans le mur, mais décide d'attacher la ficelle qui tient le tableau de telle sorte que si l'un des clous tombe, n'importe lequel, le tableau tombe aussi ! Comment la Cigale peut-elle s'y prendre ? Pouvez-vous trouver toutes les solutions possibles ? Est-ce possible avec trois clous (ou plus) ?

Sujet 4 : La fuite de la Cigale

Un peu honteuse après son méfait, la Cigale décide de fuir le plus loin possible de la Fourmi. On suppose ici que ces deux animaux vivent sur une feuille de papier (recto-verso). Où la Cigale doit-elle se placer pour être le plus loin possible de la fourmi (sachant que si elle arrive sur un bord de la feuille, elle peut continuer de marcher en passant de l'autre côté de la feuille) ?

La Cimaïse et la Fraction

Pour finir en poésie, voici la fable de La Fontaine revisitée par Raymond Queneau dans l'Oulipo. L'auteur applique ici la méthode $S + 7$: il remplace les noms, adjectifs et verbes de La Cigale et la Fourmi par le septième mot – de la même catégorie grammaticale – qu'il trouve dans le dictionnaire après celui à modifier.

La Cimaïse et la Fraction

La Cimaïse ayant chaponné tout l'éternueur
se tuba fort dépurative quand la bixacée fut verdie :
pas un sexué pétrographique morio de mouffette ou de verrat.
Elle alla crocher frange
Chez la Fraction sa volcanique
La processionnant de lui primer
Quelque gramen pour succomber
Jusqu'à la salanque nucléaire.
« Je vous peinerai, lui discorda-t-elle,
avant l'apanage, folâtrerie d'Annamite ! interlocutoire et priodonte. »
La Fraction n'est pas prévisible :
c'est là son moléculaire défi.
« Que ferriez-vous au tendon cher ?
discorda-t-elle à cette énarthrose.
- Nuncupation et joyau à tout vendeur,
Je chaponnais, ne vous déploie.
- Vous chaponniez ? J'en suis fort alarmante.
Eh bien ! débagoulez maintenant. »

Raymond Queneau, Oulipo, La littérature potentielle, 1973.