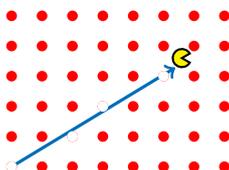


# MATH.en.JEANS

Ateliers Bourgogne 2021-2022

## Sujet 10 : Pac-Man

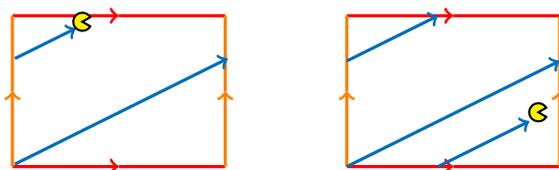
Dans un jeu vidéo inspiré de Pac-Man, un personnage avale des boutons disséminés sur un terrain aux bords magiques ; ceux-ci le font passer du côté opposé du terrain avec différentes règles. Les concepteurs du jeu ont imaginé plusieurs niveaux pour une expérience plus amusante.



Au niveau 1, le terrain est un rectangle où les bords droit et gauche sont magiques et envoient le personnage du côté opposé à la même hauteur. De même, les bords haut et bas envoient le joueur du côté opposé, le point de sortie étant situé à la verticale du point d'entrée.

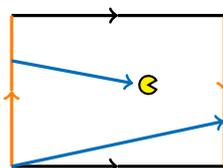
**Question 1.** Le personnage part du coin bas gauche et se déplace en ligne droite avec l'inclinaison de son choix. À quelle condition revient-il sur place au bout d'un moment ?

Questions accessoires. Si le terrain est de taille  $n \times m$ , à quelle condition le personnage avale tous les boutons avant de revenir sur place ? Trouvez-vous plusieurs lignes droites fermées disjointes ?



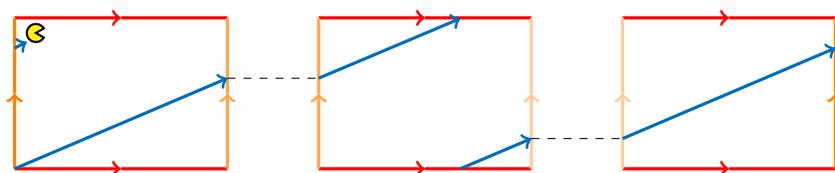
Au niveau 2, uniquement les bords droit et gauche sont magiques : ils envoient le personnage du côté opposé à hauteur opposée – par exemple si le personnage passe au coin bas droite il se retrouve en haut à gauche. D'abord on peut se demander : si le personnage au début est en forme de P, quelle forme prend-il après son passage par le bord droit ? Et si il passe deux fois ?

**Question 2.** Supposons que le personnage se promène en ligne droite et que cette droite soit fermée ; notons-la  $d$ . Peut-on marcher en ligne droite de l'un à l'autre des boutons restants, sans traverser  $d$  ?



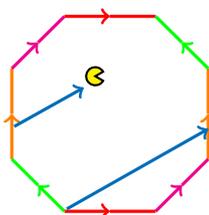
Au niveau 3, le personnage se trouve dans un bâtiment à plusieurs étages rectangulaires (RdC, 1er, 2ème). Les bords droits et gauches de ces rectangles envoient le personnage du côté opposé à la même hauteur, mais dans un étage différent : si on est au RdC on se retrouve au 1er étage, si on est au 1er on se retrouve au 2ème, si on est au 2ème on retombe au RdC. Les bords haut et bas en revanche envoient le joueur du côté opposé, le point de sortie étant situé à la verticale du point d'entrée, dans le même étage.

**Question 3.** Sauriez-vous répondre aux mêmes questions que dans la Question 1 ? Et si on est un peu hacker et on trafique les bords pour les inverser comme dans la Question 2 ?



Le niveau final est le plus difficile ! Les concepteurs ont changé radicalement la forme du terrain de jeu. Au lieu d'un terrain rectangulaire, on se trouve sur un polygone régulier avec  $4n$  côtés. Chaque bord envoie le personnage sur le côté opposé, de façon à ce que le point de départ et d'arrivée se trouvent sur la même perpendiculaire aux deux côtés en question.

**Question 4.** Pouvez-vous répondre à la Question 1 pour ce niveau ? Et si on arrange les bords par couples doublés, par exemple en rouge, jaune, rouge, jaune, orange, violet, orange, violet etc, dans le sens que vous voudrez ?



Notre personnage rêve de revenir sur terre : sur la Terre, on est sur une sphère, donc en marchant en ligne droite, au bout d'un certain temps on se retrouve toujours au point de départ. Aussi, deux chemins fermés parcourus en ligne droite se recoupent toujours aux antipodes.

**Question 5.** Comment agencer les bords magiques pour reproduire la situation d'une sphère ? À quoi ressemble la « planète » de Pac-Man dans les différents niveaux du jeu ?