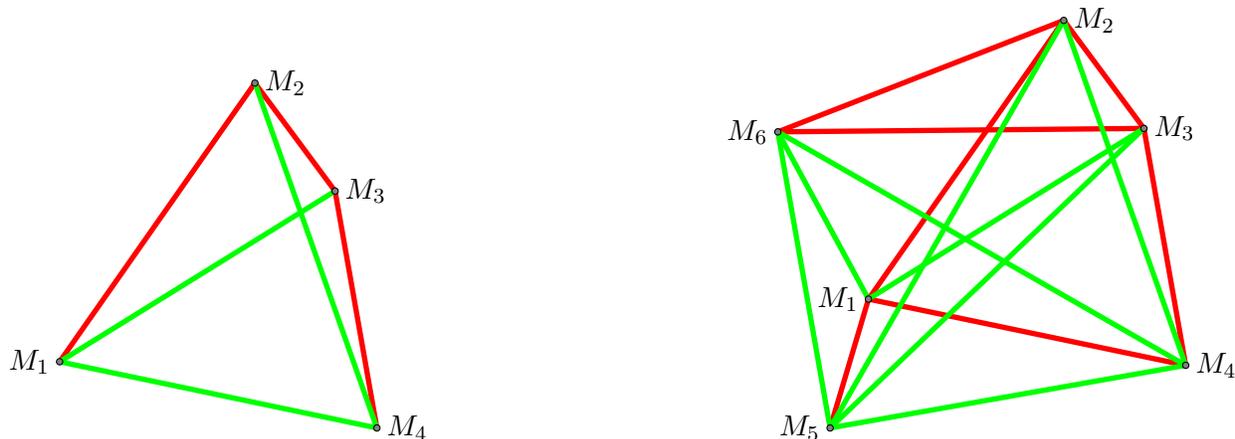




Problème 1.— Les fanions.

Pour la fête du lycée on dresse des mats dans la cours. Entre les mats on tend des guirlandes à fanions. On dispose de guirlandes rouges et de guirlande vertes. On joint chaque mat à chaque mat formant ainsi des triangles de côtés les guirlandes à fanions soit verts soit rouges.

Une élève lance le défi de n'avoir aucun triangle monochrome. On le schématise comme ci-dessous.



Le schémas de droite satisfait au défi, pas celui de gauche parce que le triangle $M_2M_3M_6$ est entièrement rouge.

Peut-on modifier la configuration de droite pour réussir à relever le défi ? Est-ce que c'est possible de le relever avec n'importe quel nombre de mats ?

Problème 2.— Les fractions pastèques.



Des archéologues fouillent les ruines d'une cité précolombienne de la mystérieuse civilisation Pastèque en Amérique centrale. Les spécialistes commencent à déchiffrer leur écriture. En particulier on comprend leur système de notation des nombres par l'étude des restes de la compatibilité du palais royal et du grand temple de Quèssquelcroi la déesse-mère.

Les Pastèque savaient noter tous les entiers grâce à un système de position. En revanche ils n'avaient pas de système de notation complet pour les fractions.

Ils ne savaient écrire que les fractions du type $\frac{n-1}{n}$ par exemple, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, ... Ils les juxtaposaient pour former des nombres par addition et soustraction. On n'utilisait pas deux fois la même fraction dans une écriture.

Ainsi, en traduisant dans notre système, pour noter $\frac{5}{8}$ ils écrivaient $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{7}{8}$ et, pour $\frac{1}{5}$, ils notaient $\frac{19}{20} - \frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3}$.

Les Pastèques pouvaient-ils écrire tous les nombres rationnels avec leur système ?