

Sujet n° 3. Le bonneteau revisité

Des gobelets sont alignés. L'un d'entre eux (on ne sait pas lequel) cache un Louis d'or. Chacun des autres cache une flèche dirigée vers le gobelet cachant le Louis d'or. On est autorisé à retourner un certain nombre (noté A) de gobelets, mais on ne peut retourner qu'**un seul gobelet situé à droite** du Louis d'or (donc cachant une flèche orientée vers la gauche). L'objectif est d'imaginer une stratégie **gagnante à coup sûr**, c'est-à-dire permettant de trouver le Louis d'or quelle que soit sa position. Dans la cas $A=2$ et 3 gobelets, une stratégie commençant par le gobelet de droite n'est pas gagnante à coup sûr, alors que la stratégie commençant par le gobelet du milieu gagne à coup sûr.

- Imaginer une ou plusieurs stratégies gagnantes à coup sûr dans le cas de 4 ou 5 gobelets et $A=3$.
- Fixons le nombre de gobelets à 6. Existe-t-il une stratégie gagnante à coup sûr si $A=3$? Et si $A=4$? Et s'il y a 8 gobelets et $A=4$?
- Fixons $A=4$. Quel est le nombre maximum de gobelets permettant l'existence d'une stratégie gagnante à coup sûr ? Comment évolue ce nombre quand on change la valeur de A ?

On pourra ensuite augmenter le nombre autorisé de gobelets retournés et situés à droite du Louis d'or. Mais il est conseillé de d'abord maîtriser parfaitement la situation décrite ci-dessus.