

Sujet 4 - Ex nihilo, quelque chose

A - L'anniversaire d'Anne.

Anne rencontre ses amis Brice et Christophe qui lui demandent la date de son anniversaire.

Elle leur donne le choix entre dix dates, mais elle indique le mois à Brice et le jour à Christophe.

Mai	Juin	Juillet	Août
15	17	14	14
16	18	16	15
19			17

Brice et Christophe ont alors cette conversation.

Brice - Je ne connais pas la date anniversaire, mais je sais que tu ne la connais pas non plus.

Christophe - Au début, je n'en savais rien non plus, mais maintenant, je le sais.

Brice - Alors moi aussi, je le sais.

Quelle est la date de l'anniversaire d'Anne ?

B - Deux nombres à deviner

Les nombres entiers m et n vérifient : $m > 1$, $n > 1$ et $m + n < 100$.

Delphine connaît le produit $p = mn$ et Ethan la somme $s = m + n$. Tous deux sont d'excellents mathématiciens.

La conversation suivante se tient.

Delphine - Je ne connais pas ces nombres.

Ethan - Je m'en doutais bien ; mais c'est mon cas également.

Delphine - Dans ce cas, je sais quels sont les deux nombres.

Ethan - Bravo, mais alors moi aussi.

Quels sont ces deux nombres ?

C - Et pour les courageux...

Les nombres a, b, c, d et e vérifient $1 \leq a < b < c < d < e \leq 10$.

On indique à Patricia leur produit $P = abcde$, à Sylvie leur somme $S = a + b + c + d + e$, à Christian la somme de leurs carrés $C = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$ et à Vincent, la valeur $V = (a + b + c)(d + e)$.

- Après une heure, les quatre personnages déclarent tous ensemble : « Je ne connais pas les nombres a, b, c, d, e ».
- Après deux heures, les quatre personnages déclarent tous ensemble : « Je ne connais pas les nombres a, b, c, d, e ».
- Après trois heures, les quatre personnages déclarent tous ensemble : « Je ne connais pas les nombres a, b, c, d, e ».
- ⋮
- Après vingt-trois heures, les quatre personnages déclarent tous ensemble : « Je ne connais pas les nombres a, b, c, d, e ».

Mais après cette 23^{ème} réponse, leurs visages s'éclairent et tous s'exclament : « C'est bon : maintenant, je connais a, b, c, d et e ».

Quels sont les cinq nombres a, b, c, d et e ?