Des sommes, des sommes et encore des sommes.

T.Falliero

Année 2019-2020

Question

Combien vaut

$1+2$?

$1+2+3$?

...

$1+2+\ldots+1000$?

Trouver une (des) méthode(s) géométrique(s) pour calculer une telle somme.

AUTRES QUESTIONS

Trouver une (des) méthode(s) géométrique(s) pour calculer

$$1 + 3 + 5 + ... + 999$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 1000^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 1000^3$$

Problème

Etant donné un ensemble A de p nombres, on peut toujours calculer la somme des éléments de A, qu' on note $S_1(A)$
Par exemple, si $A = \{2, 4, 5, 11\}$,
$S_1(A) = 2 + 4 + 5 + 11 = 22$.

Soit E_2 l' ensemble des entiers compris entre 1 et 4 :
$E_2 = \{1, 2, 3, 4\}$

Peut-on diviser E_2 en deux parties de 2 nombres chacune A et B, de sorte que $S_1(A) = S_1(B)$?

OUI

On peut poser $A = \{1, 4\}$, $B = \{2, 3\}$:

$S_1(A) = 1 + 4 = 5$ et $S_1(B) = 2 + 3 = 5$.

Soit E_{500} l' ensemble des entiers compris entre 1 et 1000.

Peut-on diviser E_{500} en deux parties de 500 nombres chacune A et B, de sorte que $S_1(A) = S_1(B)$?

On note E_n l' ensemble des entiers compris entre 1 et 2n : $E_n = \{1, 2, 3, ...2n-1, 2n\}$

A quelle condition sur n peut-on diviser E_n en deux parties de$n$ nombres chacune A et B, de sorte que $S_1(A) = S_1(B)$?

Et si on continuez...

Un tour de magie

Pour une entier n grand, pouvez-vous estimer(? ! ?...) $1 + 2 + ... + n$?

Le tour de magie consiste à montrer que

$$1 + 2 + 3 + ... = -1/12$$

Touver le truc=la trucherie=l'erreur ! ! ! !

Le tour de magie standard...

On commence par calculer

$$A = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \ldots = \frac{1}{2}.$$

Puis

$$B = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \ldots = \frac{1}{4}.$$

Enfin

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots = \frac{-1}{12}$$

Récréation

ET POURTANT...