Sur le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$, tout point peut s'écrire de manière unique sous la forme $(\cos(2\pi\, t), \sin(2\pi\, t))$ avec $0 \leq t < 1$. (L'angle t est donc ici mesuré en tour, dans le sens trigo.).

On définit la fonction

$$f : \mathcal{C} \to \mathcal{C} : (\cos(2\pi\, t), \sin(2\pi\, t)) \mapsto (\cos(20\pi\, t), \sin(20\pi\, t))$$

(où $20\pi\, t$ est réduit mod 1 pour être ramené dans $[0, 1[$)
On choisit un point de départ $(x_0, y_0) = (\cos(2\pi\, t_0), \sin(2\pi\, t_0))$ et on définit $(x_1, y_1) = f((x_0, y_0))$, $(x_2, y_2) = f((x_1, y_1))$ etc.
La suite des points de $\mathcal{C}$ ainsi obtenus est la *trajectoire* du point (x_0, y_0).
EXEMPLE : POUR $t_0 = \dfrac{1}{7}$
On trouve successivement $t_1 = \dfrac{3}{7}$, $t_2 = \dfrac{2}{7}$, $t_3 = \dfrac{6}{7}$, $t_4 = \dfrac{4}{7}$, $t_2 = \dfrac{2}{7}$, $t_5 = \dfrac{5}{7}$ et $t_6 = \dfrac{1}{7} = t_0$.
Dans ce cas, la trajectoire est périodique.

— Analyser les trajectoires possibles pour $t_0 = \dfrac{p}{13}$ avec $p \in \mathbf{N}$.
— Peut-on caractériser les valeurs initiales t_0 qui correspondent à des trajectoires périodiques ? finies ? (càd. passant par un nombre fini de points)
— Quels autres types de trajectoires peut-on obtenir ?