8 Chemins d'exploration

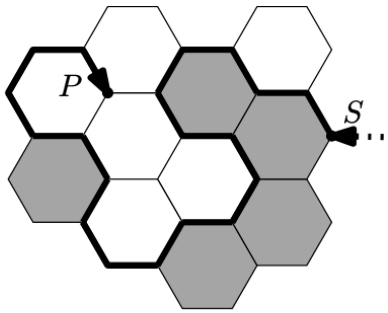

FIGURE 1 – Un chemin d'exploration du sommet S au sommet P.

On se donne dans le plan des hexagones réguliers collés entre eux le long de certaines arêtes, formant ensemble une région du plan. Une partie de ces hexagones est coloriée en noir et l'autre en blanc. Par convention, l'extérieur de la région est colorié en blanc. Soit S un sommet d'un hexagone au bord de cette région. Si P est un autre sommet d'un hexagone, on définit un chemin $C(P)$ le long des côtés des hexagones reliant S à P de la façon suivante : si le chemin arrive en face d'un hexagone noir (respectivement blanc), il tourne à droite (respectivement à gauche) ; sauf si faire cela sépare la région contenant S et celle contenant P auquel cas le chemin tourne de l'autre côté. Le chemin $C(P)$ est appelé chemin d'exploration de S à P. On note A l'ensemble des côtés d'hexagones parcourus par les chemins $C(P)$ pour tout sommet P d'un hexagone.

— Montrer que A n'a pas de boucle.
— À quelle condition A est-il constitué d'un seul chemin ?
— Peut-on définir des chemins d'exploration avec d'autres polygones que les hexagones : des carrés ? des triangles ?