Ateliers Mathenjeans 2016-2017

Propositions de sujets d'atelier pour le collège Dulcie September

1 Variations sur le jeu de tic-tac-toe

On commence par le jeu classique (3×3, dans un carré). Le second joueur peut toujours arriver à une partie nulle, s'il joue bien.

Question 1.1 *Est-ce bien vrai ? Le vérifier.*

Tester les cas possibles. Eventuellement, réduire un peu le nombre de parties à l'aide des symétries du jeu. Etablir une stratégie permettant au second joueur de faire une partie nulle (bloquer les lignes qui vont apparaître).

On recolle les bords du plateau. D'abord, les deux bords opposés (cylindre, puis tous les bords (tore ou bouteille de Klein). Cela fait nouveau jeu. Dans le cas de la bouteille de Klein, il faut bien réfléchir à comment on prolonge les diagonales.

Avant de commencer à jouer (et pour que chacun soit d'accord), on fait la liste des alignements sur ces deux surfaces ; on les compte.

Problème 1.2 *Dans le tore, c'est le premier joueur qui a une stratégie pour toujours gagner.*

Question 1.3 *Que se passe-t-il dans la bouteille de Klein ?*

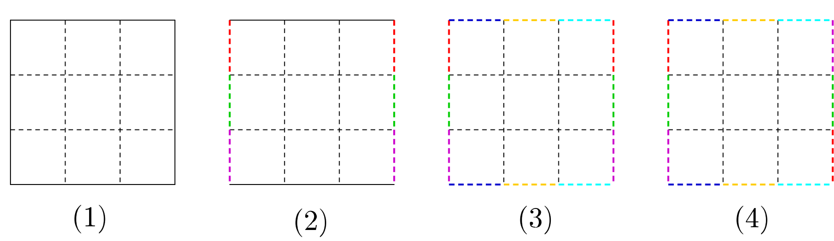

FIGURE 1 – plateau de jeu classique (1), cylindre (2), tore (3), bouteille de Klein (4) – les bords de même couleurs sont identifiés

Lien : `http://www.geometrygames.org/TorusGames/index.html`

On peut observer (si l'on veut) qu'il y a plus de symétries du jeu dans le tore que dans le carré.

Dans tous les cas, on observe qu'il y a

— Soit, une stratégie permettant au premier joueur de gagner.

— Soit, une stratégie permettant au deuxième joueur d'arriver à la partie nulle.

Problème 1.4 *Essayer d'expliquer pourquoi le second joueur ne peut pas avoir de stratégie gagnante.*

Question 1.5 *Etendre les questions qui précèdent au plateau classique, cylindre, tore, bouteille de Klein* 4×4 *(le but étant de former un alignement de longueur* 4*).*

Problème 1.6 *Implémenter le jeu et une stratégie pour le qecond joueur (en format* 3×3*, et peut-être* 4×4 *(difficile) sur le plateau classique).*

Question 1.7 *Etendre les questions dans le cube (*$3 \times 3 \times 3$*), dans l'hypercube (*$3 \times 3 \times 3 \times 3$*)...*

Attention : pour le cube, trouver toutes les manières de recoller les faces est une question plutôt difficile !

Question 1.8 *Dans le cube, changer les règles en rajoutant une gravité qui fait tomber les pièces. Voire deux gravités (qui agissent successivement...).*

2 Autour de la formule d'Euler

Référence : Preuves et réfutations (I. Lakatos)

Question 2.1 *Qu'est-ce qu'un polyèdre ?*

On propose des définitions. Selon ces définitions, peut-on former un polyèdre avec un nombre de faces, (resp. d'arêtes, de sommets) donné à l'avance ?

Question 2.2 (facultatif) *Qu'est-ce qu'un polyèdre régulier ?*

On reprend la définition d'un polygone régulier. Dans quel sens peut-on généraliser cette définition ? Y a-t-il beaucoup de polyèdres régulier ?

Question 2.3 *Comment dessiner les polyèdres sur un plan ?*

Peut-on le faire sans que les dessins de deux arêtes ne se croisent ? Si oui, pour quels polyèdres ? Eventuellement, reprendre la définition pour caractériser ces polyèdres.

Question 2.4 *La formule* $S - A + F$ *est-elle vraie pour tous les polyèdres ?*

On essaye pour les polyèdres réguliers. Si non, peut-on "deviner" la valeur de $S - A + F$ en regardant le polyèdre ?

Si le temps le permet : la formule d'Euler pour les graphes planaires, le problème des trois maisons...