

# Les vélos et les feux rouges

## Objet :

Je prends tous les jours une piste cyclable, sur laquelle il y a un certain nombre de feux de circulation. Lorsque je vois un autre vélo au loin devant moi, je me demande toujours si les feux que nous allons rencontrer vont plutôt m'aider à le rattraper, ou au contraire vont nous éloigner encore plus. Le but de cette recherche est d'essayer de traduire cette question en termes mathématiques, et d'essayer d'y répondre, sous certaines hypothèses.

## Première mathématisation :

Pour commencer, on va supposer que les vélos vont à la même vitesse, et on considère des instants entiers. Au temps 0, on suppose par exemple que le vélo  $V$  entre sur la piste cyclable, au point 0. On note cela  $V_0 = 0$ . Au temps 1, le vélo est alors au point 1, ce qu'on note  $V_1 = 1$ . Le vélo avance ensuite régulièrement  $V_2 = 2, V_3 = 3, \dots$ , jusqu'à ce qu'il rencontre un feu, par exemple au point 3.

Si le feu est rouge, le vélo s'arrête, et  $V_4 = 3$  : au temps 4, le vélo est toujours eu point 3 ; il repart ensuite après une arrêt de durée 1 :  $V_5 = 4, V_6 = 5 \dots$ . Si le feu au point 3 est vert, le vélo continue sans s'arrêter :  $V_4 = 4, V_5 = 5 \dots$ . Le vélo  $V$  va ensuite rencontrer beaucoup d'autres feux au cours de son trajet, qui fonctionnent de façon similaire.

On va considérer que les feux ont un cycle régulier : ils restent rouge une durée 1, puis passent au vert une durée 1, ... Mais ils ne sont pas synchronisés, et pour le vélo  $V$ , le fait d'arriver au feu rouge ou au feu vert est un événement aléatoire indépendant des autres à chaque feu.

Si maintenant un second vélo, noté  $W$  part après le vélo  $V$  (par exemple  $W_1 = 0$  : au temps 1 le vélo  $W$  est au point 0). Est-ce que les deux vélos vont se rejoindre ? Comment va évoluer la distance entre les deux vélos ?

## Quelques questions :

La situation ci-dessus est trop simplifiée, mais une fois qu'on l'a comprise, on peut l'enrichir facilement :

- Le vélo  $W$  peut partir plus loin derrière le vélo  $V$ .
- Les feux peuvent avoir des cycles avec des durées différentes de 1 et 1.

- Les différents cycles sur le parcours peuvent être différents.
- On peut considérer plus que deux vélos : par exemple une file de vélos chacun à distance 1 derrière le précédent.
- On peut aussi considérer des vélos qui ne se déplacent pas à la même vitesse.