

Coder un rectangle par des carrés

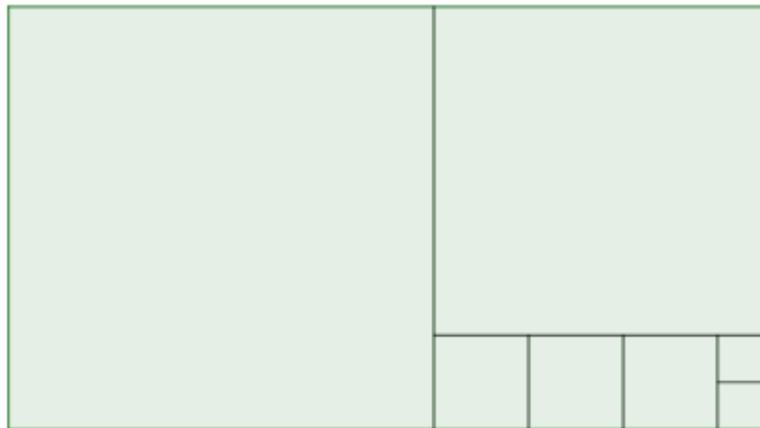
[Sujet inspiré de François Parreau]

Pour caractériser la forme d'un rectangle, on considère souvent le rapport longueur/largeur. Par exemple, un écran 16/9 est un écran rectangulaire dont la proportion longueur/largeur est égale à 16/9. Ces écrans peuvent être grands ou petits, mais ils ont tous la même forme. A tout nombre positif correspond une forme de rectangle. Si on cherche à quel nombre correspond un rectangle, on peut bien sûr mesurer sa largeur et sa hauteur avec la règle et faire la division, mais ce n'est pas une méthode exacte.

Voici une méthode géométrique :

En reportant la largeur sur la hauteur si elle est plus grande (en pliant ou avec le compas), et le contraire sinon, on divise le rectangle en un carré et un rectangle plus petit. On regarde ce nouveau rectangle et on recommence.

Par exemple avec un rectangle de 16 x 9, cela donne le dessin suivant :



Le découpage comprend successivement 1 carré pris dans la largeur, 1 dans la hauteur, 3 dans la largeur, 2 dans la hauteur puis on s'arrête puisqu'il ne reste plus rien. On code alors 1-1-3-2.

Que donne ce découpage avec d'autres rectangles ? Avec une feuille A4 ?

Questions :

- Comment retrouver les proportions des rectangles à partir de leurs codages ?
- Si on part de n'importe quelle forme, est-on sûr que le découpage s'arrête ?
- Comment comparer deux nombres si on connaît juste leur codages ?