

Sujets Maths en Jeans 2018-2019

Proposés par Vincent Guirardel

19 septembre 2018

1 Très double, très triple

Un nombre entre 0 et 1 est *très double* si tous ses chiffres (après la virgule) sont pairs, c'est à dire qu'il ne s'écrit qu'avec les chiffres 0, 2, 4, 6, 8. Par exemple

0.24680246802468 et 0.6666666

sont *très doubles*, mais 0.25444444 ne l'est pas (à cause du 5). De même, on dit qu'un nombre est *très triple* s'il ne s'écrit qu'avec les chiffres 0, 3, 6, 9.

Questions Quels sont les nombres réels entre 0 et 1 qui s'écrivent comme somme (finie) de nombres très doubles ? et de nombres très triples ?

Quels sont les nombres réels entre 0 et 1 qui s'écrivent comme somme de deux de nombres très doubles ? et de deux nombres très triples ?

Y-a-t-il une longueur de somme qui suffit pour obtenir tous les réels entre 0 et 1 ? Est-ce que par exemple tout nombre entre 0 et 1 est somme de 2 nombres très doubles ? de 100 nombres très doubles ? Quelle est la longueur de somme minimale ? Mêmes questions pour les très triples ?

2 Devine dans quel ordre j'ai rangé les cartes

Dans ce jeu, le joueur A a pris un jeu de $N = 52$ cartes et les a rangées dans un certain ordre (par exemple en les mélangeant !). Le but du joueur B est de trouver l'ordre des cartes en posant des questions à laquelle A doit répondre par oui ou par non, et en posant le moins de questions possibles.

Exemple de questions que peut poser le joueur B :

- la 13ème carte est elle le 3 de carreau ?
- le nombre de rouges entre la première et la 17ème carte est-il supérieur ou égal à 4 ?
- Est-ce que les 8 premières cartes contiennent à la fois l'as de coeur, le 3 de pique et la dame de trefle ?

Question : Déterminer une stratégie qui permette de déterminer l'ordre des cartes à coup sûr, en posant le moins de questions possibles.

Si on a de la chance, on peut parfois trouver en une seule question : a la question est-ce que les cartes sont dans l'ordre

$1\spadesuit, 1\heartsuit, 1\clubsuit, 1\spadesuit, 2\diamondsuit, 2\heartsuit, \dots, \text{roi}\spadesuit, \text{roi}\clubsuit$

Si la réponse est oui, on a trouvé. Mais si la réponse est non, il faudra plus de questions. Pour évaluer une stratégie, on compte le nombre de questions dans le pire des cas.

On voit bien (?) qu'il n'existe pas de stratégie qui marche toujours en au plus 1 question, voire 2 questions...

Pouvez-vous mettre au point un algorithme de calcul de racine carrée de nombre infini (lorsqu'elle existe) ?

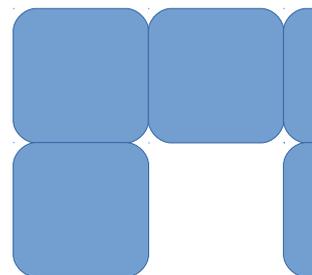
5 Paver de grands carrés sans paver le plan

Choisissez un certain nombre (fini) de formes de dominos, formées de carrés de taille 1 (comme dans tetris). C'est votre sac de formes.

On peut essayer de paver le plan (quadrillé), c'est à dire de le recouvrir sans laisser d'espace, et sans que les dominos se chevauchent (et en respectant le quadrillage). On a le droit de prendre autant de dominos de chaque type que vous voulez.

Précision : on s'interdit de faire tourner les dominos (chaque forme a une orientation choisie une fois pour toutes). Si on veut, on a le droit de mettre dans le sac de formes des dominos qui sont tournés l'un par rapport a l'autre.

Certains sacs de dominos permettent de paver le plan entier, certains autres pas.



Par exemple si notre sac contient un seul domino de forme on peut paver une region contenant un carré 2x2, mais on peut se convaincre qu'il ne pave pas de region contenant un carré 4x4.

Questions Question : peut-on trouver des sacs de dominos qui permettent de paver un demi-plan, mais pas le plan entier ?

Question : Etant donné un sac de dominos qui permet de paver des régions contenant des carrés arbitrairement grands, permet-il de paver le plan en entier ?

Question (record) : trouver des sacs de dominos, chacun constitué d'au plus 10 carrés, tel qu'on ne puisse pas paver le plan avec ces dominos, mais qu'on puisse paver une région contenant un carré $N \times N$ avec N le plus grand possible.