MATHS EN JEANS 2019-2020
LUSSAC - RAUZAN

1. Puzzle

Partons de deux carrés distincts C_1 et C_2. Est il-possible de couper le carré C_1 en un nombre fini de polygones, et de ré-agencer ces polygones pour obtenir le carré C_2 ? Plus généralement la même question se pose si on part de deux polygones quelconques au lieux de deux carrés. À vous d'essayer différentes formes !

2. Mélange de cartes.

On veut essayer de mélanger un jeu de cartes avec un hasard parfait.

Pour s'échauffer on va faire avec un jeu de 3 cartes. Par exemple un roi, une dame et un valet. Combien y a-t-il de façons possibles d'ordonner les trois cartes ? Comment pourriez-vous définir un jeu parfaitement mélangé ?

On va faire la manipulation suivante :

On lance une pièce. Si on fait pile, on échange les deux cartes du dessus ; si on fait face on échange les deux cartes du dessous

(1) Si on fait cette manipulation 2 fois d'affilée, quelle est la probabilité que le jeu soit dans sa position de départ ?
(2) Même question si on fait la manipulation 3 fois, 4 fois,... 100 fois ? Est-ce que le jeu fini par être bien mélangé ?

Avec ces mêmes trois cartes vous pouvez envisager d'autres méthodes de mélange et voir lesquelles sont les plus efficaces. Si vous avez le temps vous pouvez aussi regarder des jeux de 32 cartes...

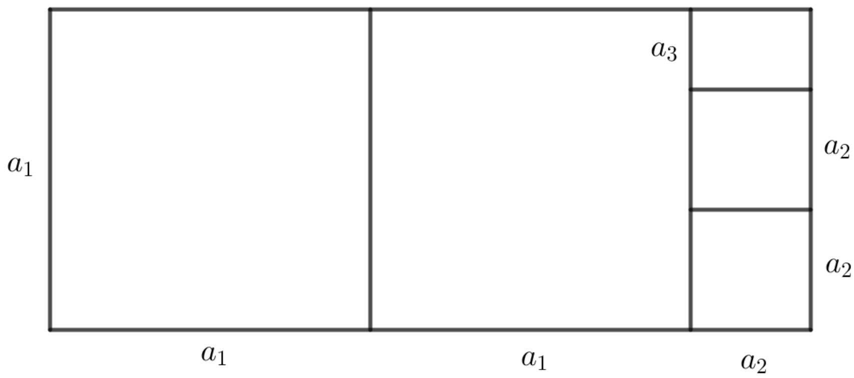
3. Tout n'est pas toujours tout blanc ou tout noir

On part d'une grille rectangulaire, quadrillée. Pour l'instant toutes les cases sont blanches. On peut appuyer sur les cases pour les faire changer de couleur, blanc ou noir, mais il y a des effets secondaires : à chaque fois qu'on appuie sur une case, cette case ainsi que toutes les cases voisines (celle qui partagent un coté avec la case touchée) changent de couleur.

En appuyant sur les bonnes cases, pouvez-vous faire en sorte d'obtenir une grille toute noire ?

4. Toujours plus de carrés

On part d'un rectangle de longueur 1 et de largeur a_1 (de sorte que $a_1 < 1$). On le remplit le plus possible avec des carrés de coté a_1, de manière à ce qu'il ne reste plus qu'un rectangle. On obtient un nouveau rectangle, plus petit, de dimensions $a_1 \times a_2$. Alors on va recommencer ce procédé sur ce petit rectangle : on le remplit au maximum par des carrés de coté a_2, jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un petit rectangle, de dimensions $a_2 \times a_3$. Et ainsi de suite. Cette situation est représentée sur la figure ci-dessous.



Ce processus peut-il s'arrêter si on choisit bien la longueur a_1, ou à l'inverse, peut-il continuer à l'infini ?