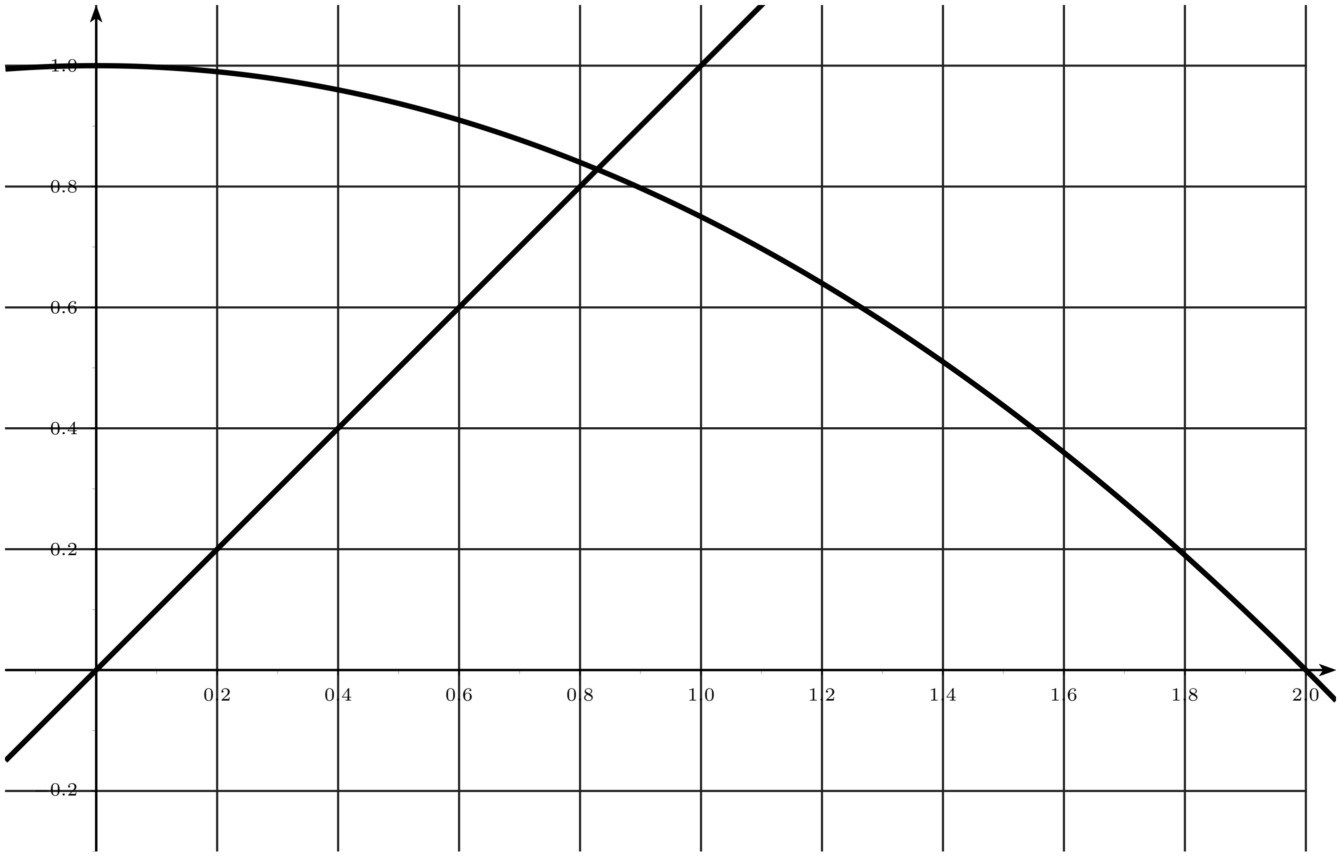
En route vers le chaos

On considère la suite de nombres définie de la manière suivante :

- On choisit comme nombre de départ $0,5$;
- On obtient le nombre suivant en déterminant l'image de $0,5$ par la fonction $f(x) = 1 - 0,25x^2$;
- On obtient le nombre suivant en déterminant l'image de l'image $0,5$ par la fonction $f(x) = 1 - 0,25x^2$;
- ...

1. A l'aide du tableur, déterminer les 100 premiers nombre de cette suite.
2. Que remarque t-on ?
3. Effectuer le même travail en prenant 3 comme nombre de départ puis $4,8$ et enfin $4,9$.
4. Effectuer la même étude en prenant la fonction f définie par $f(x) = 1 - 0,9x^2$.
5. Afin d'observer cette suite, on a tracé ci-dessous la courbe de la fonction f et la droite d'équation $y = x$:



   a. Placer $\frac{1}{2}$ sur l'axe des abscisses puis son image à l'aide des deux courbes.

   b. Faire de même pour les nombres suivants de la suite.

6. Pour continuer notre observation, nous allons effectuer la même étude à l'aide du logiciel Geogebra :
   a. Créer un curseur a compris entre 0 et 1 avec un pas de $0,1$;
   b. Tracer la courbe de la fonction $f(x) = 1 - ax^2$ et la droite d'équation $y = x$;
   c. Créer un curseur u_0 compris entre 0 et 1 avec un pas de $0,1$;
   d. Créer un curseur entier n compris entre 0 et 100 ;
   e. Entrer dans la barre de saisie : U=ItérationListe[f,u0,n)
   f. Entrer dans la barre de saisie :

      P=Séquence[(Elément[U,p],0),p,1,n]

   g. Entrer dans la barre de saisie :

      L1=Séquence[Segment[(Elément[U,p],0),(Elément[U,p],Elément[U,p + 1])],p,0,n]

   h. Entrer dans la barre de saisie :

      L2=Séquence[Segment[(Elément[U,p-1],Elément[U,p]),(Elément[U,p],Elément[U,p])],p,1,n]

   i. Entrer dans la barre de saisie :

      L3=Séquence[Segment[(Elément[U,p+1],Elément[U,p+1]),(Elément[U,p+1],Elément[U,p+2])],p,1,n]