EXPERIENCIA DOCENTE

MATh.en.JEANS

Aviva Szpirglas
Universidad de Poitiers, Asociación MATh.en.JEANS

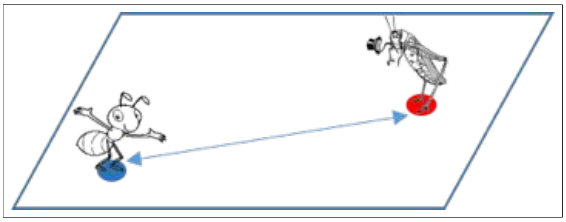
Logotipo

En *MATH.en.JEANS*, un grupo de estudiantes voluntarios de enseñanza secundaria, con edades comprendidas entre 11 y 18 años e independientemente de su nivel en matemáticas, trabajan durante un año en un tema seleccionado por un investigador, bajo la supervisión de un profesor. Los resultados de la investigación se presentan en una conferencia nacional en forma de pósteres y charlas. Los artículos escritos (elaborados después de la conferencia) son publicados al año siguiente. Los estudiantes llegan a ser investigadores en matemáticas con la ayuda de matemáticos profesionales. A través de esta experiencia aprenden trabajo colaborativo y descubren que las matemáticas son una ciencia viva.

He aquí algunos ejemplos de temas propuestos a los estudiantes:

- **La cigarra y la hormiga:** como todos los niños que van al colegio en Francia saben, estos dos personajes no se llevan realmente bien. Los dos animales están sobre una hoja de papel, DIN A4, y la cigarra decide situarse «lo más lejos posible» de la hormiga sobre la hoja de papel, es decir, en un punto con un recorrido lo más largo posible entre donde se encuentra la hormiga y dicho punto. Recordemos que los insectos pueden moverse en ambas caras del folio. Si ambas se encuentran en el mismo punto, pero en distintas caras, no consideramos que están la una al lado de la otra.

  ¿Puedes ayudar a la cigarra a encontrar la/s posición/es ideal/es?



- Un **«brenom»** es una sucesión ilimitada de cifras escrita de derecha a izquierda, como por ejemplo $\ldots 562951413$. Podemos sumar y multiplicar los *brenoms* de la forma tradicional, puesto que estas operaciones (sobre los números) se hacen de derecha a izquierda. Fíjese que la multiplicación habitual de los números (con una serie, ilimitada a la derecha, de decimales) es más difícil de realizar:

  $$3{,}14159265\ldots \times 3{,}14159265\ldots = ¿?$$

  ¿Existen *brenoms* que, multiplicados por ellos mismos, no cambien?

- Nos situamos en un plano donde se hallan dispuestos una infinidad de puntos a una distancia de una unidad (cuadrícula) sobre una red infinita de mallas cuadradas. El objetivo es unir todos los puntos por medio de «reglas» asociadas a vectores. Ejemplo: la regla «2 pasos a la derecha y un paso hacia arriba» es el vector de coordenadas $(2, 1)$.

  ¿Se pueden unir todos los puntos con solo dos reglas? ¿Se pueden unir todos los puntos mediante tres reglas?

Los alumnos, después del congreso (donde se exponen los resultados) redactan un artículo. Nos es imposible de reproducir uno aquí, por falta de espacio. Sin embargo, se presentan a continuación algunos resúmenes de artículos que permiten ver cómo los estudiantes se involucraron en la resolución de estos problemas. Los artículos completos pueden verse en la web de *MATH.en.JEANS*.

- Secuencia de multiplicaciones (*Collège Chepfer*, Villers-les-Nancy)

  Se escogen dos números naturales, a y b, menores o iguales que 10. Se considera la sucesión de enteros $\{a, b, ab, b \text{ veces } ab, \ldots\}$ donde cada entero de la sucesión es el producto de los dos enteros que le preceden. Ahora nos quedamos con la cifra de las unidades de cada número de esta sucesión y tenemos así una nueva sucesión.

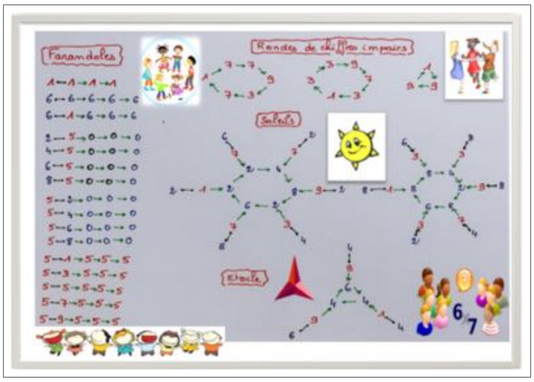
  Para diferentes números enteros a y b, elegidos al principio, se ha descubierto que estas sucesiones terminan en repeticiones de una misma cifra o bien terminan con una ronda de cifras que se van repitiendo. ¿Por qué sucede esto?

ISSN 1988-5318

Este artículo se apoya en el estudio de una serie particular que implica nociones abordables en el instituto y que está construida de la siguiente manera: Sean a y b dos números naturales inferiores o iguales que 10, se considera la sucesión de enteros $\{a, b, ab, b(ab), \ldots\}$ donde cada elemento de la sucesión es el producto de los dos enteros que le preceden. Posteriormente nos quedamos con la secuencia de las cifras de las unidades de todos los números de sucesión anterior. En primer lugar, el problema se reduce demostrando que es suficiente con estudiar el producto de las cifras de las unidades del producto de los dos enteros constituyendo cada término de la serie. Entonces se analizan los resultados para los diferentes valores de a y b.

Por un lado, se muestra que valores particulares de a y b (por ejemplo: 1 y 1; 6 y 6; 2 y 5) conducen a una secuencia estacionaria que denominamos farandola ($\{1, 1, 1, 1, 1, \ldots\}$, $\{6, 6, 6, 6, 6, \ldots\}$, $\{2, 5, 0, 0, 0, \ldots\}$).

Por otro lado, según la paridad de a y b, se obtienen ciertas secuencias periódicas que llamamos *«redondas»* o secuencias periódicas a partir de los primeros términos, *«soles»*. Más precisamente, el carácter periódico de estas *«redondas»* y *«soles»* se explica a través de ejemplos y estudiando el producto de potencias de dos enteros. Finalmente, se incluyen en el artículo 81 series posibles que se clasifican en: 21 *«farandolas»*, 30 *«redondas»* y 30 *«soles»* [3].



- Vigilancia de alta tecnología (*Collège Raoul Dufy y Longchambon*, Lyon)

  Un Consejero Principal de Educación, CPE, desea instalar detectores sonoros en las aulas de su centro/colegio de manera óptima: desea utilizar los menos detectores posibles, teniendo toda una información exacta sobre la procedencia de un posible ruido. Los alumnos proponen una solución (conjeturada) en el caso de las aulas dispuestas en línea. A continuación, los alumnos se interesan por el máximo número de aulas que se pueden equipar a partir de una cantidad de sensores. Se aporta y demuestra una solución por dos métodos diferentes [4].

- Contar las rectas finitas (I*nstituto Môquet Lenoir*, Chateaubriand)

  Denominamos plano proyectivo finito a un conjunto finito de elementos llamados puntos, poseedores de cierta cantidad de subconjuntos llamados rectas. Nos encontramos en la geometría proyectiva, es decir que se supone que dos rectas cualesquiera se cortan siempre. Se desea que los puntos y las rectas verifiquen ciertas propiedades:

  - Dos rectas distintas se cortan exactamente siempre en un punto.
  - Existe un conjunto F constituido por 4 puntos, tal que ninguna recta corta a F en más de 2 puntos.
  - Por dos puntos distintos pasa exactamente una recta.

  Se intentan determinar tales conjuntos.

  Se comienza en principio por determinar planos de pequeño tamaño, como uno constituido por 4 puntos y se intenta establecer una lista de puntos y rectas de este conjunto. Sin embargo, uno se da cuenta rápidamente de que esto es imposible. Se buscan pues planos con una cantidad de elementos cada vez más grandes [5].

- Interferencias sonoras (*Instituto Montaigne*, Bordeaux; *Instituto Sud-Médoc*, Le Taillan Médoc)

  Tic y *Tac* se comunican por teléfono con palabras binarias (por ejemplo 010011). No obstante, la línea no siempre está en buen estado y sucede que *Tic* o *Tac* escuchan «BIIIIIIP» en lugar de 0 o 1. En principio, supongamos que esto no sucede más de una vez por palabra. ¿Qué estrategias pueden adoptar *Tic* y *Tac* para continuar la conversación sin pérdida de información?

  Puesto que el uso del teléfono es algo hortera, deciden comunicarse por correo electrónico. Pero entonces, a causa de ciertas interferencias, ocurre que una cifra llega modificada, es decir, un 1 se transforma en 0 o bien, un 0 se transforma en 1. No más de un cambio por palabra, pero *Tic* y *Tac* no saben dónde está el error. ¿Qué pueden hacer? [6].

Nota: Artículo original en francés. Traducción de Eduardo F. Serrano e Irina Neonilin, estudiantes del *Máster en Profesorado de Educación Secundaria*. ■

[3] Ver *www.mathenjeans.fr/sites/default/files/des_multiplications_a_la_ronde_college_chepfer.pdf.*
[4] Ver *www.mathenjeans.fr/sites/default/files/surveillance_high-tech-raoul_dufy.pdf*.
[5] Ver *www.mathenjeans.fr/sites/default/files/comptes-rendus/2006-2014/droitesfinies_Chateaubriant_2012m.pdf.pdf.*
[6] Ver *www.mathenjeans.fr/sites/default/files/comptes-rendus/2006-2014/Perturbationssonores_montaigne-sudmedoc_2012m.pdf.pdf.*

ISSN 1988-5318