

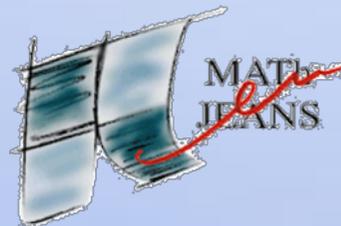


# Mathématiques de la vie quotidienne

Virginie BONNAILLIE-NOËL

*Département de Mathématiques et Applications*

*CNRS – Ecole normale supérieure*



MATH.en.JEANS

Rennes

30 mars 2019

Merci à Gérard Grancher !

# Léa naît



2 03 05 76 451 022 40

# Un exemple de numérisation : le code INSEE

Léa est née le vingt mai 2003  
à Mont-Saint-Aignan (Seine-Maritime)

2 03 05 76 451 022 40

$$2\ 030\ 576\ 451\ 022 = 97 \times 20\ 933\ 777\ 845 + 57$$
$$97 - 57 = 40$$

# Qualité de ce contrôle

Toute modification d'un chiffre dans le numéro INSEE modifie la clé :

2 03 05 76 451 022 **40**

2 03 05 76 **3**51 022 **64**

Toute permutation de deux chiffres dans le numéro INSEE modifie la clé :

2 03 05 76 **154** 022 **71**

**Toutes les erreurs ne sont pas détectées !**

2 03 05 76 451 **119** 40

# Pourquoi 97 ?

**97 est le plus grand nombre premier qui s'écrit avec deux chiffres**

***Définition :***

**Un nombre, plus grand que 1, est dit premier s'il n'est divisible que par 1 et lui-même**

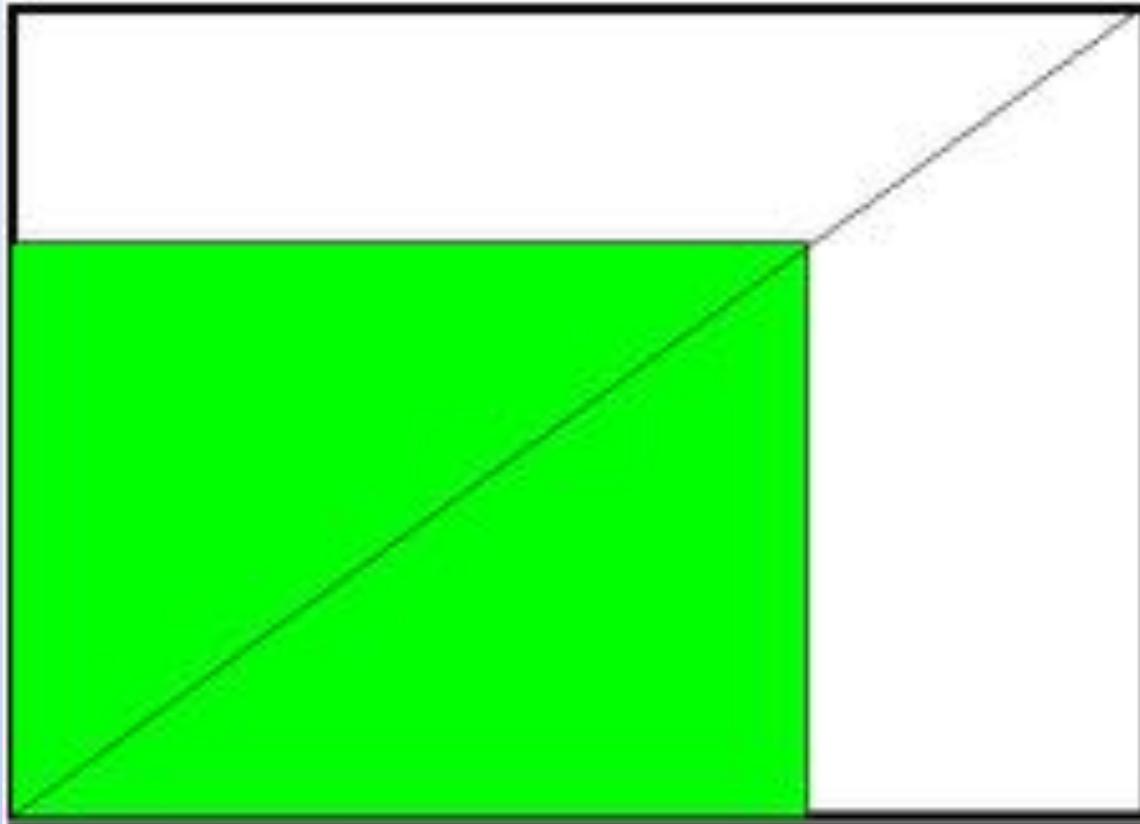
**91 n'est pas premier car  $91 = 7 \times 13$**

**Exemples :**

**2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 ...**

**... 87 89 97 101 103 ...**

**Léa a le syndrome  
de la page blanche**



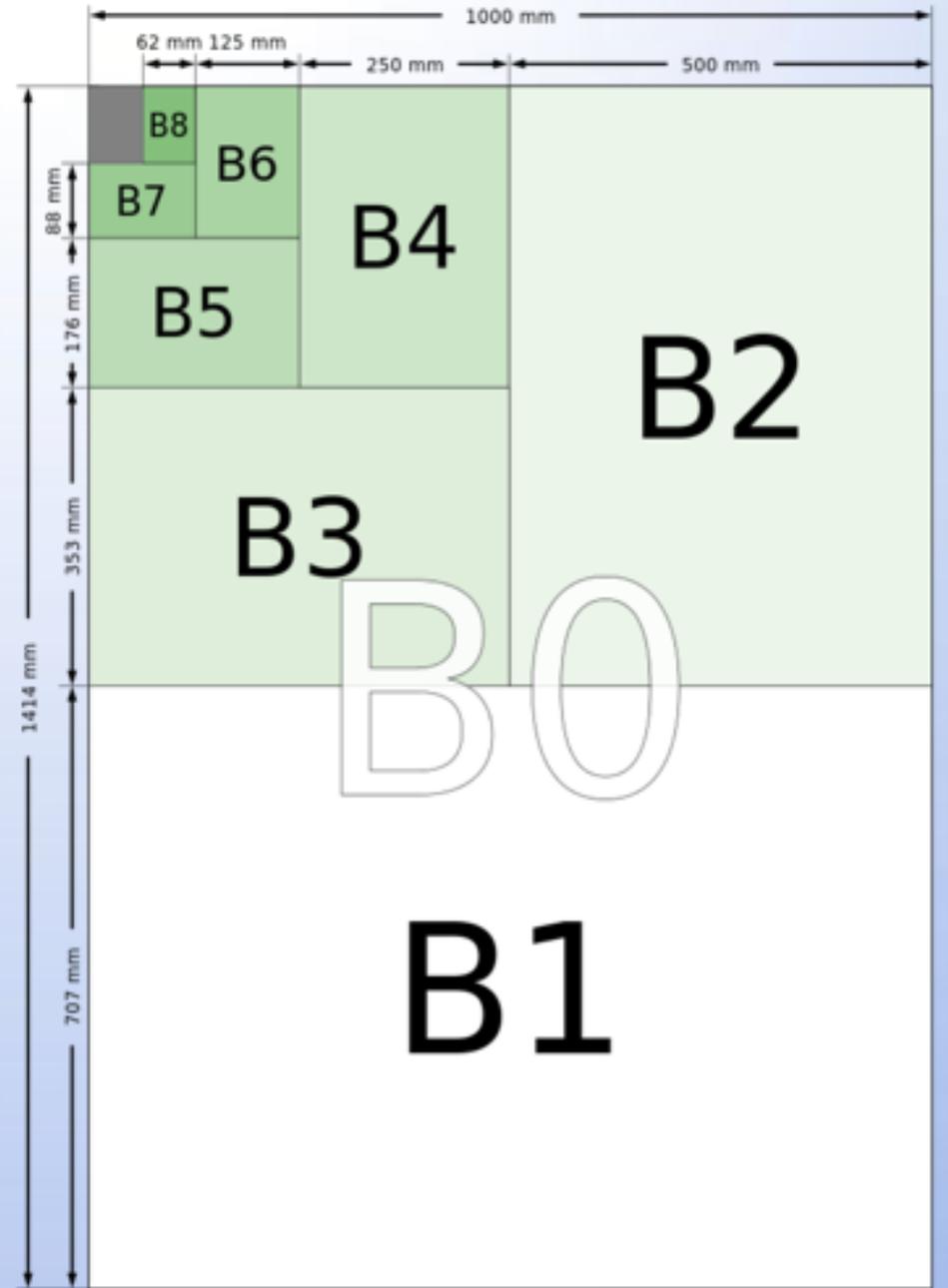
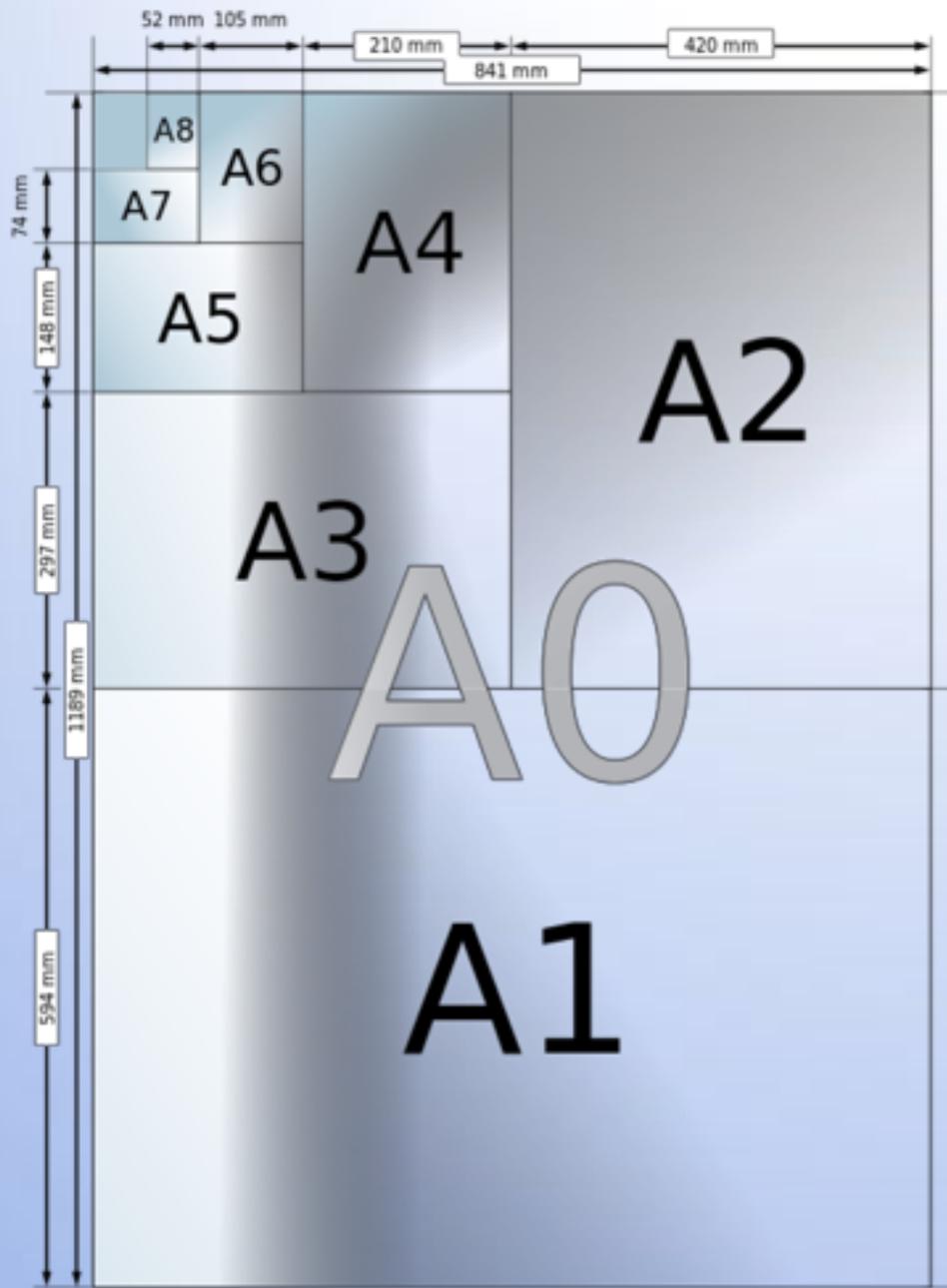
$$\frac{L}{\ell} = \frac{\ell}{L/2}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{\ell} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \simeq 1,4142$$

$$\frac{29,7}{21} \simeq 1,4143$$

$$\frac{29,73}{21,02} \simeq 1,4142$$



**Léa va à l'école**

**Le recteur :**

*« Cette année, les classes sont composées en moyenne de 23,25 élèves. »*

**Les parents d'élèves :**

*« Nos enfants sont dans des classes comportant en moyenne plus de 25 élèves. »*

 **Où est (sont) le(s) menteur(s) ?**

**Peut-être nulle part !**

### **Calcul du recteur**

- 3 classes de 27 élèves
- 1 classe de 12 élèves

$$(3 \times 27 + 1 \times 12) / 4 = 93/4 = 23,25$$

### **Calcul des parents d'élèves**

- 81 enfants dans des classes de 27 élèves
- 12 enfants dans une classe de 12 élèves

$$(81 \times 27 + 12 \times 12) / 93 = 2331/93 = 25,065$$

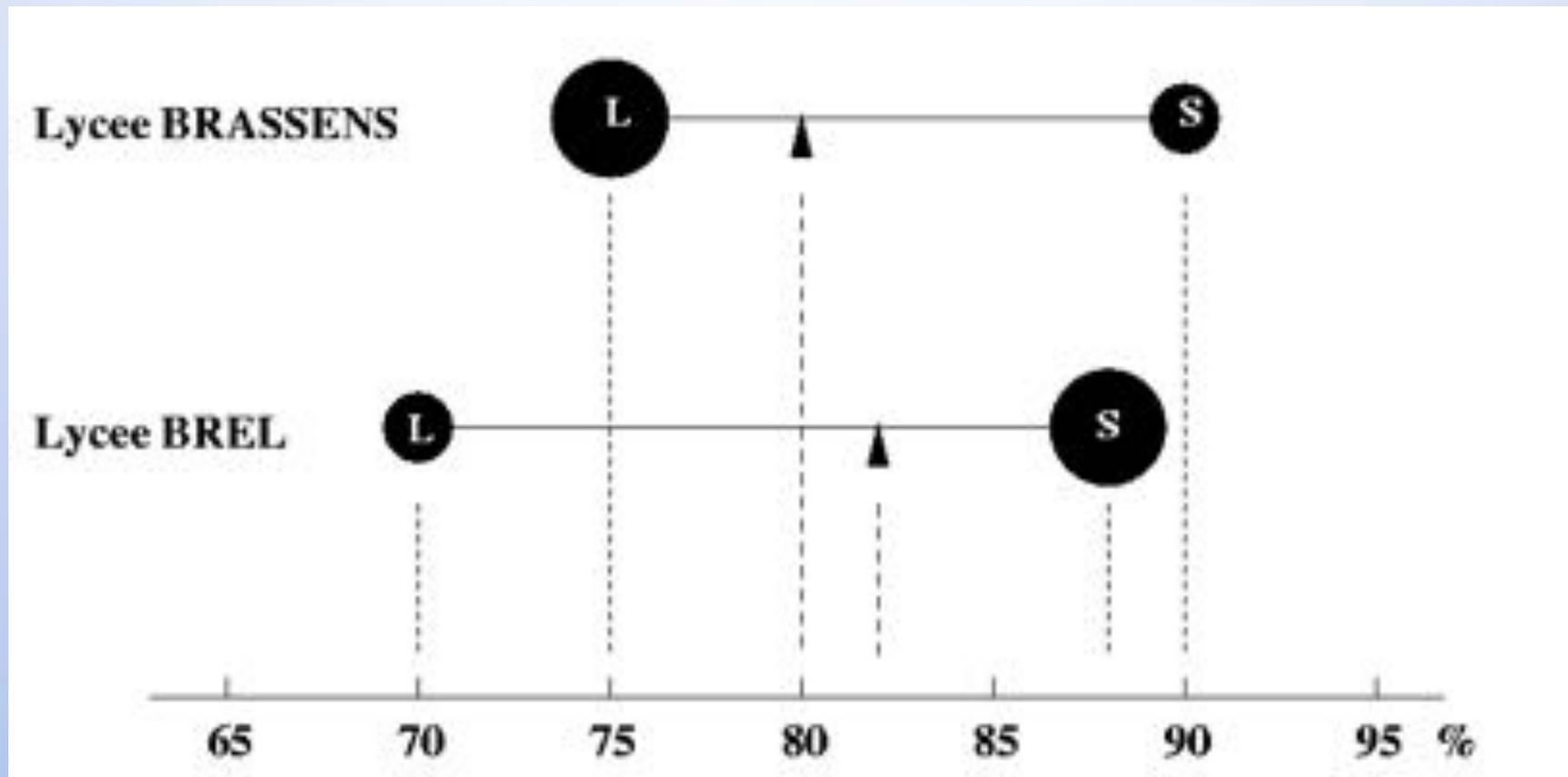
**Tous ont raison ... de leur point de vue !**

**Léa va au lycée**

# Réussites au baccalauréat

	Lycée Brassens			Lycée Brel		
	effectifs	reçus	taux	effectifs	reçus	taux
<b>Section S</b>	<b>100</b>	<b>90</b>	<b>90%</b>	<b>200</b>	<b>176</b>	<b>88%</b>
<b>Section L</b>	<b>200</b>	<b>150</b>	<b>75%</b>	<b>100</b>	<b>70</b>	<b>70%</b>
<b>Total</b>	<b>300</b>	<b>240</b>	<b>80%</b>	<b>300</b>	<b>246</b>	<b>82%</b>

# Paradoxe de Simpson





# La clé RIB

L'identifiant d'un compte bancaire est un numéro composé :

**30004 01441 00006083616 ??**

**du code de la banque (5 chiffres)**

**du code du guichet (5 chiffres)**

**du numéro de compte (11 chiffres)**

**de la clé RIB (2 chiffres)**

# Calcul de la clé RIB

Tout numéro de compte doit être divisible par 97

$$\begin{aligned} & \mathbf{30\ 004\ 014\ 410\ 000\ 608\ 361\ 600} \\ & = 97 \times 309\ 319\ 736\ 185\ 573\ 282\ 078 + 34 \end{aligned}$$

$$97 - 34 = 63$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{30\ 004\ 014\ 410\ 000\ 608\ 361\ 600 + 63} \\ & = \mathbf{30004\ 01441\ 00006083616\ 63} \\ & = 97 \times 309\ 319\ 736\ 185\ 573\ 282\ 079 \end{aligned}$$

# International Bank Account Number – IBAN

## Numérotation internationale des comptes bancaires

<b>2 lettres</b> Code Pays (FR)	<b>2 chiffres</b> Clé de contrôle	<b>30 caractères max</b> BBAN (RIB)
------------------------------------	--------------------------------------	--

En France : 27 caractères

**FR****zz** **BBBB** **BGGG** **GGCC** **CCCC** **CCCC** **CKK**

**BBBBB** = code banque

**GGGGG** = code guichet

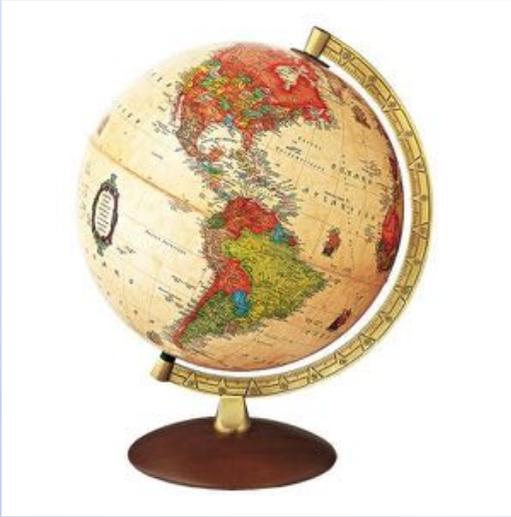
**CC CCCCCCCCC** = numéro de compte

**KK** = clé RIB

Comment déterminer **zz**?

On transforme les lettres en chiffres (A=10, B=11, ...)

**BBBBBGGGGGCCCCCCCCCCCKKFRzz** =  $97x... + 1$



**Léa fait un grand voyage**



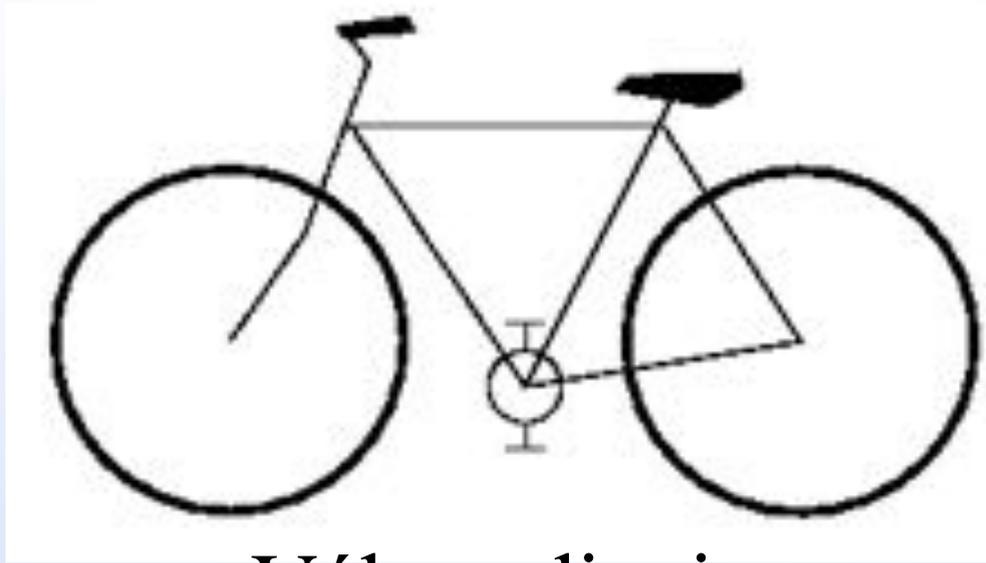
**7770 km**

**Rouen**

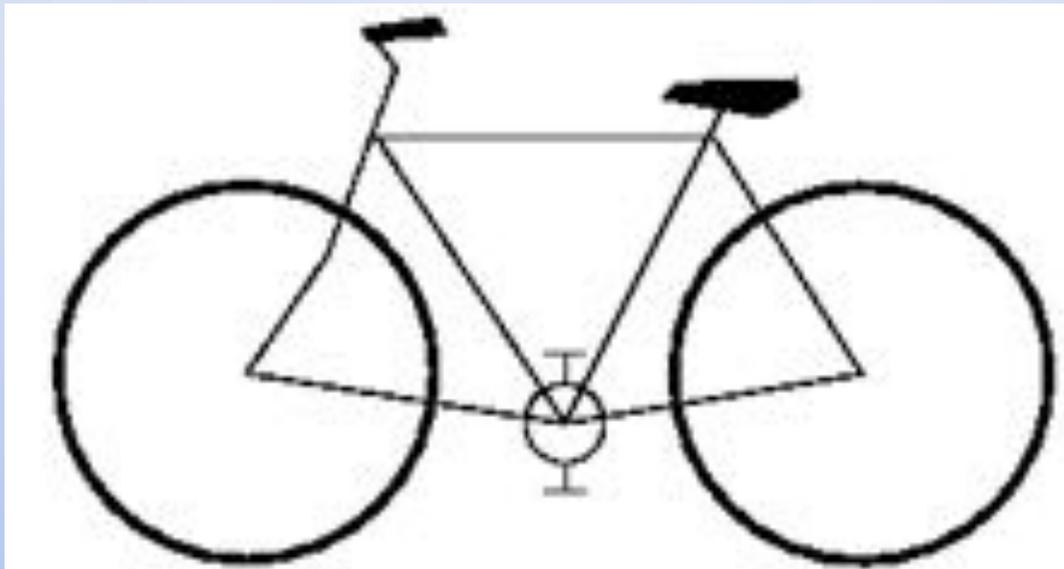
49<sup>e</sup>

**Vancouver 8950 km**





Vélo ordinaire

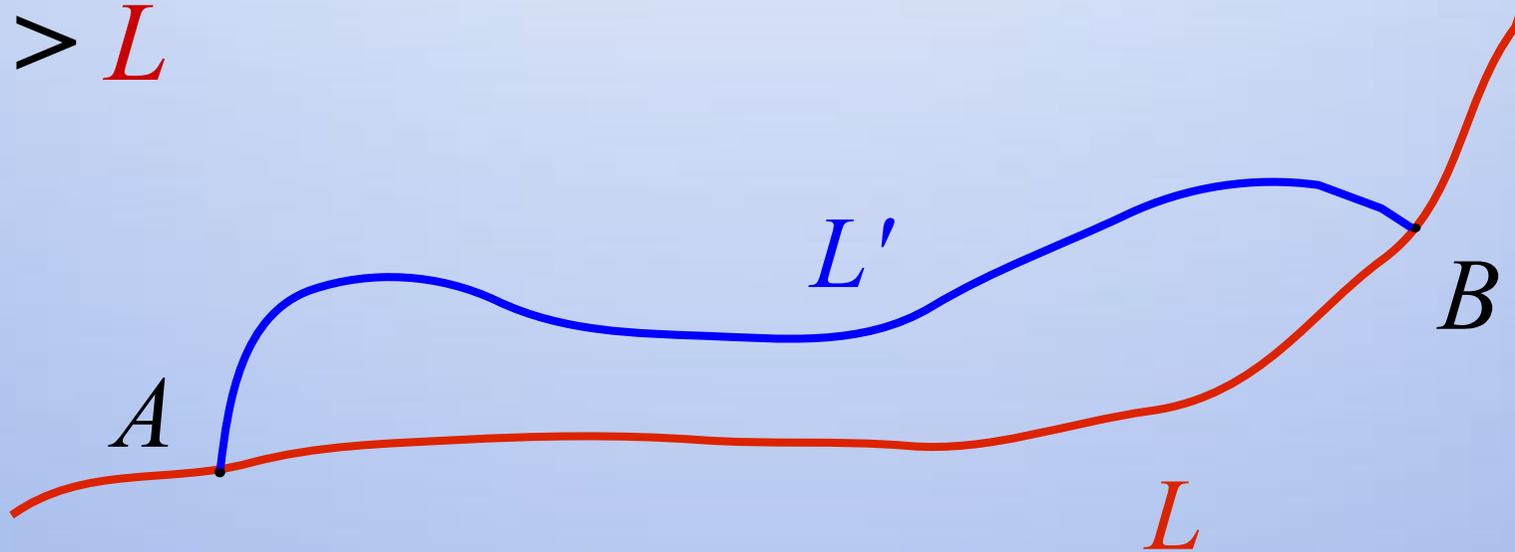


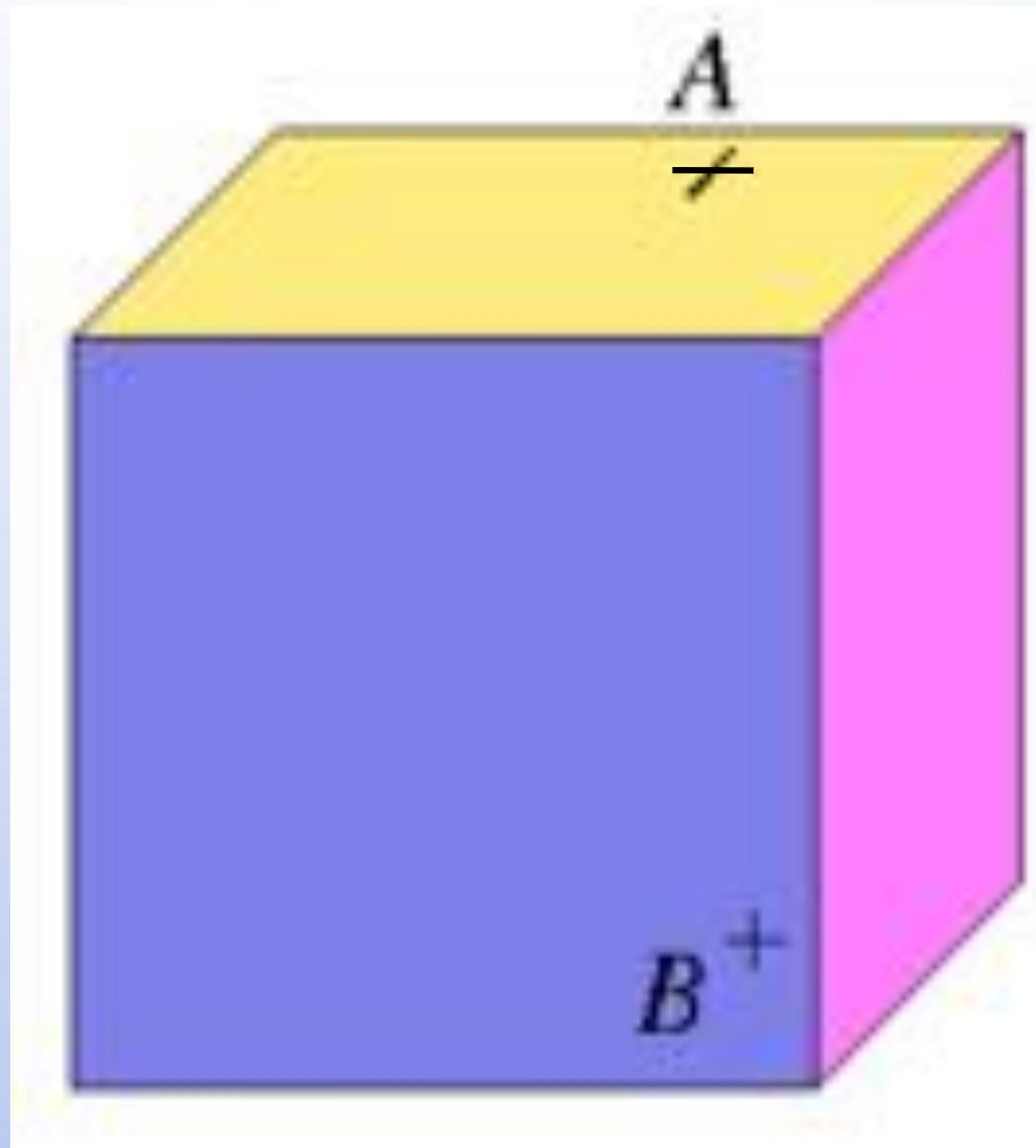
Machine à tracer des *géodésiques*

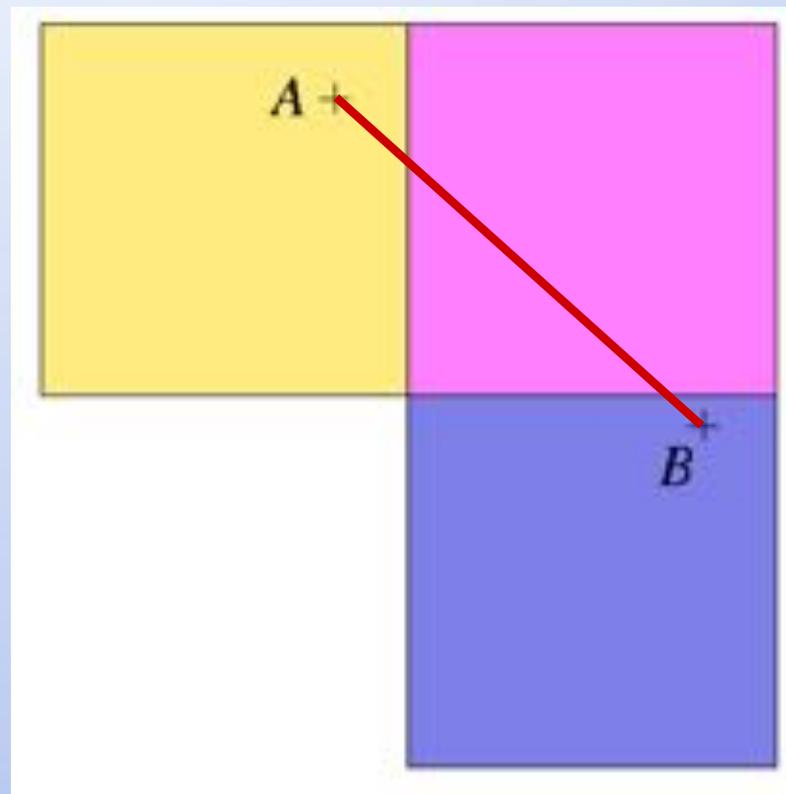
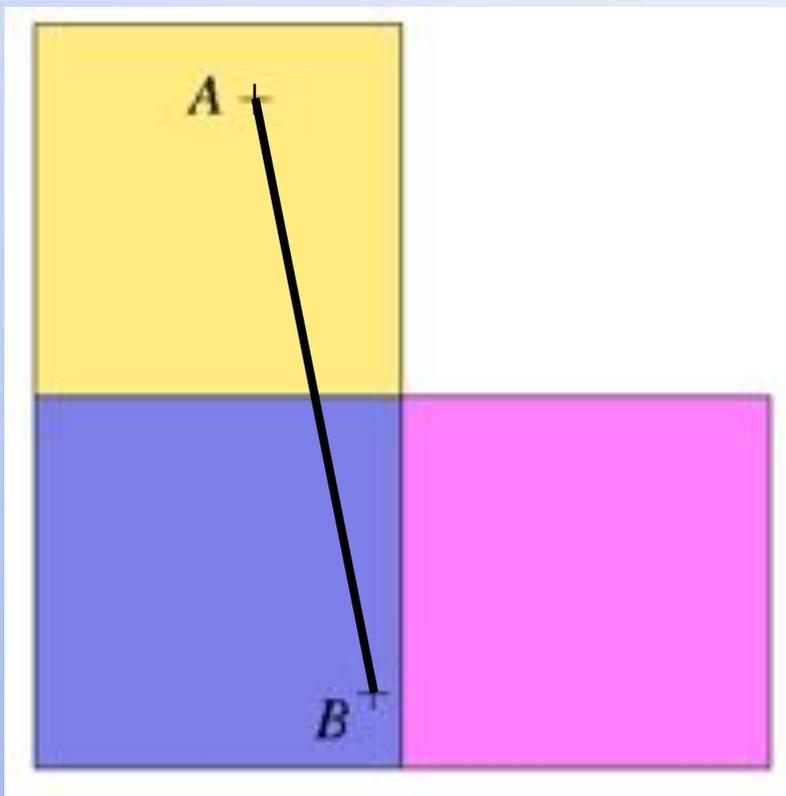
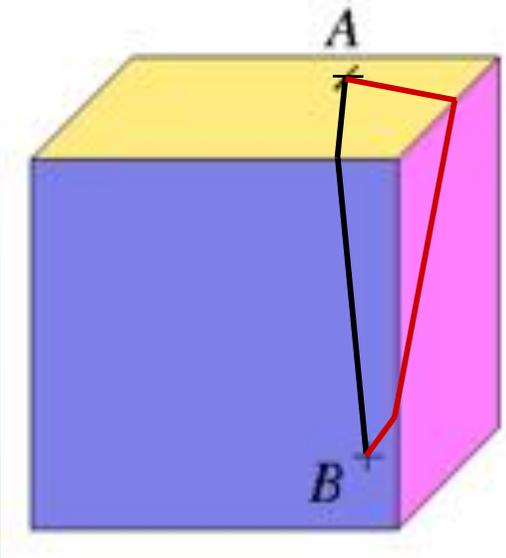
## Définition tirée du *Petit Larousse*

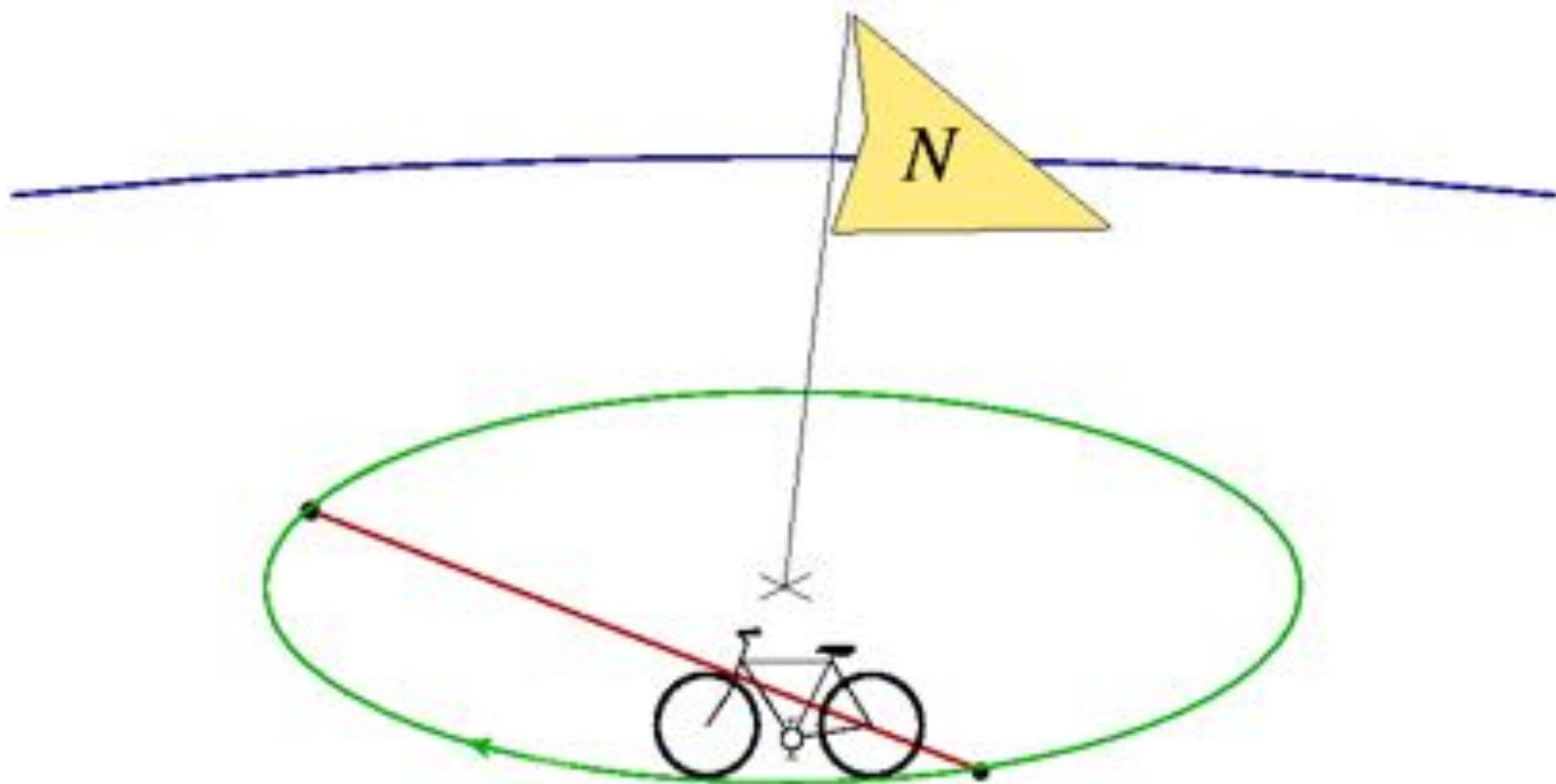
**GÉODÉSIQUE** : n.f. Courbe d'une surface telle que l'arc joignant deux des points sur la courbe soit le plus court de tous les arcs de cette surface joignant ces deux points.

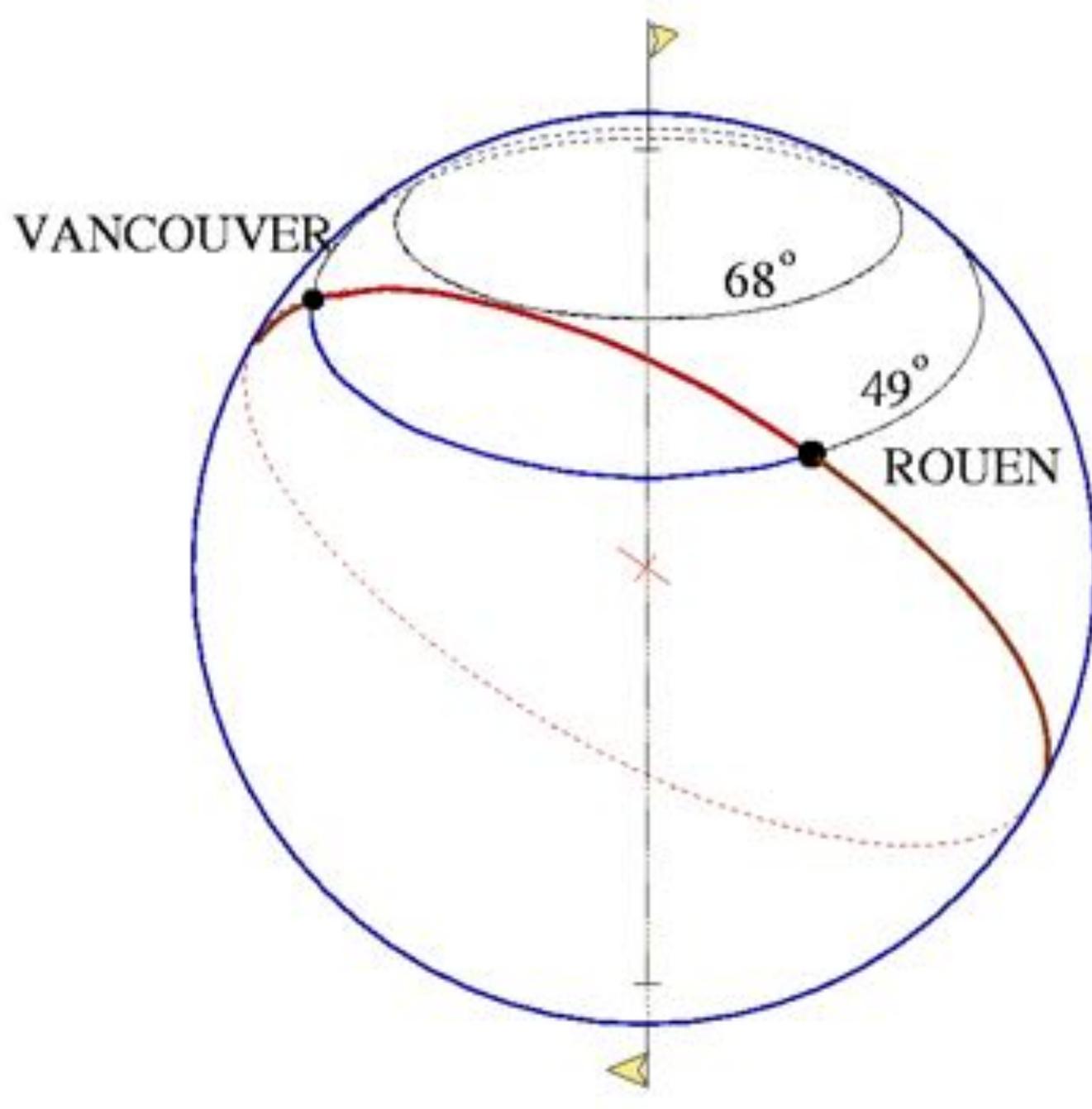
$$L' > L$$











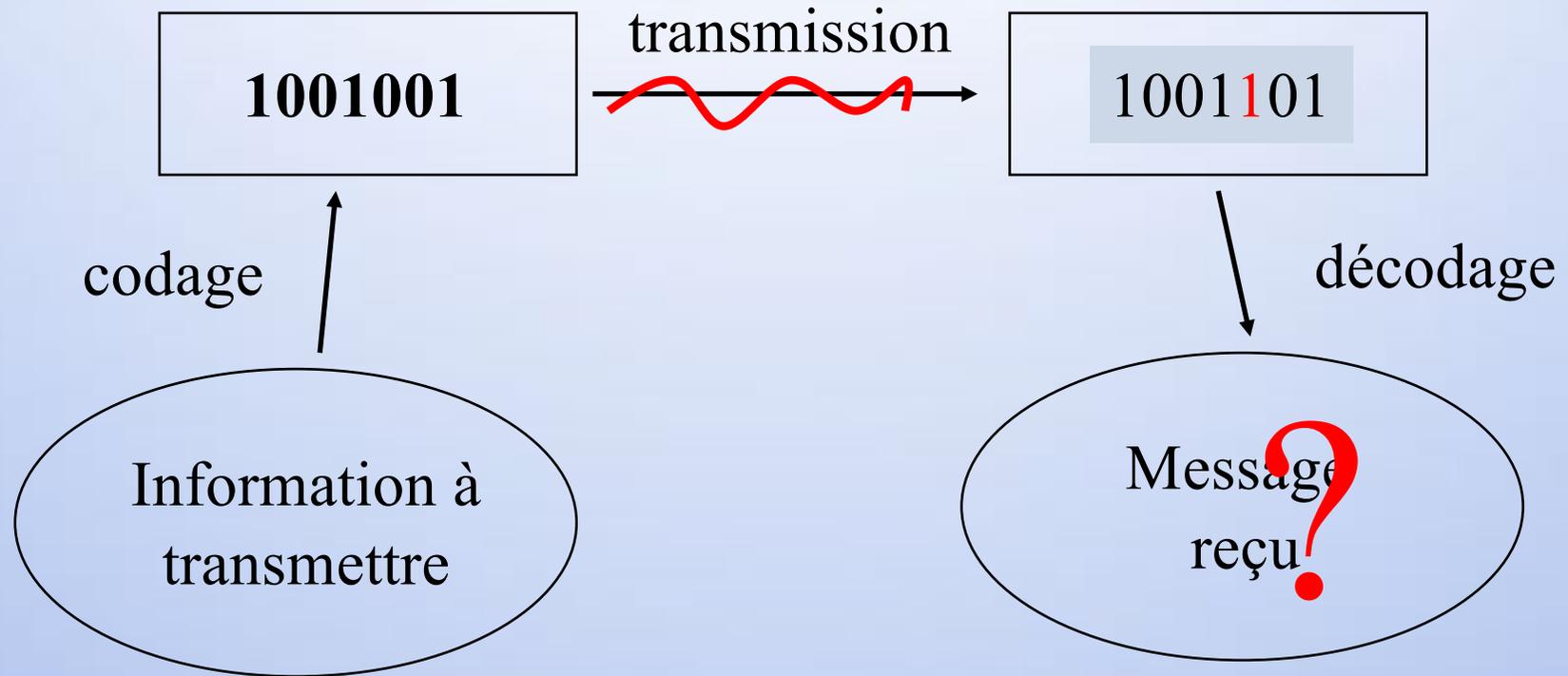
**Léa écoute des CD,  
regarde la télé numérique**

**De plus en plus souvent,  
les informations sont numérisées**

numérisation = codage par des nombres

**Cela facilite le traitement  
des informations**

# Problème



# Les symboles de contrôle

**Code INSEE**      2 80 02 76 451 005 **19**

**Bit de parité**    1 0 0 1 **0**

1 1 1 0 **1**

0 0 0 0 **0**

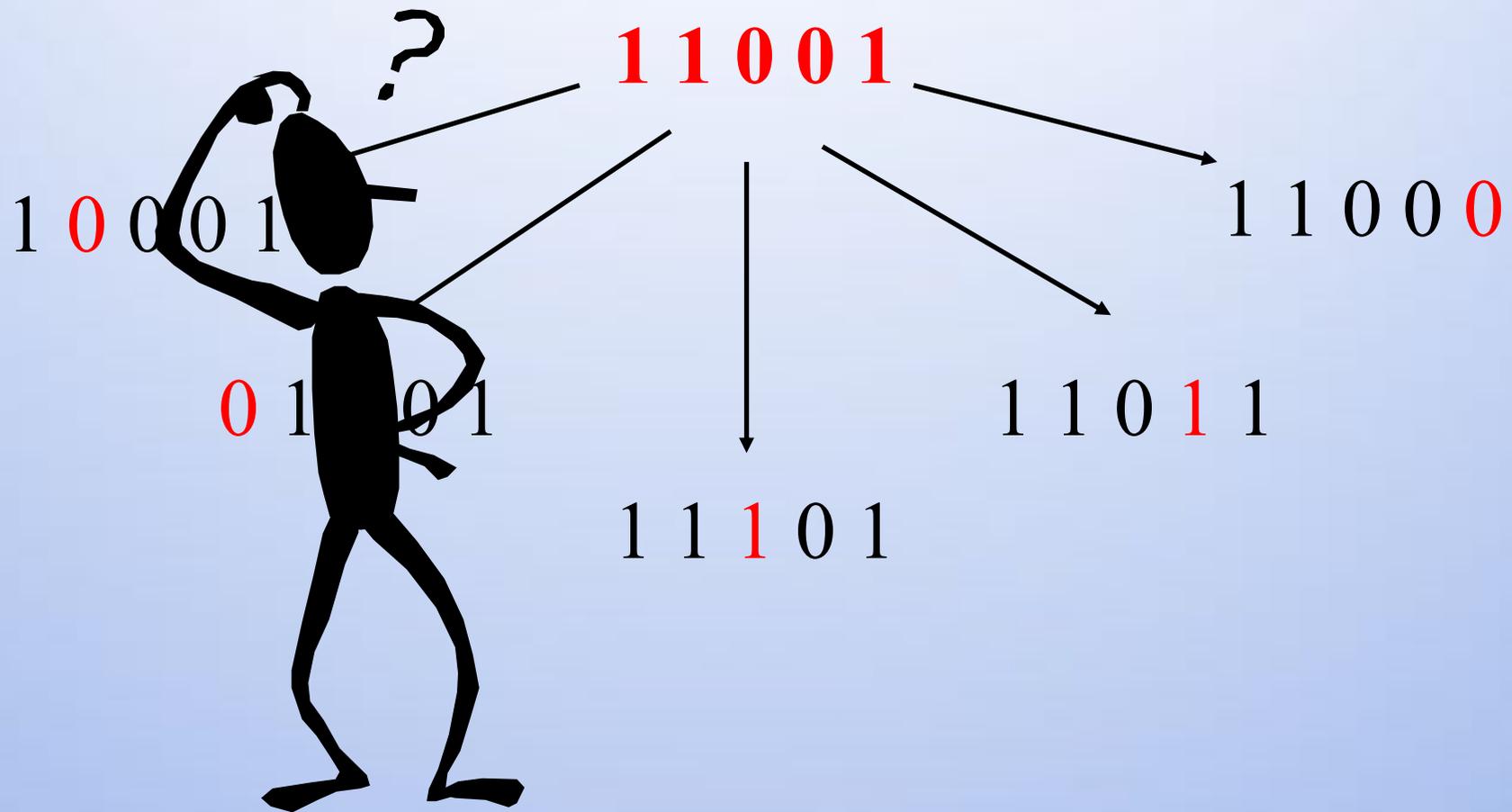
**Mots valides : le nombre de « 1 » est pair**

*Exemples*    **1 0 0 1 0**            **1 1 1 1 0**  
                  **0 0 0 0 0**            **1 0 1 1 1**

**Mots erronés : le nombre de « 1 » est impair**

*Exemples*    **1 1 0 0 1**            **0 1 0 0 0**  
                  **1 1 1 1 1**            **1 0 1 0 1**

# Comment corriger un mot erroné ?



# Codes correcteurs d'erreurs



# Calculs dans $F_2 = \{0,1\}$

0 : pair    1 : impair

**addition**

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 0$$

**multiplication**

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

**soustraction**

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1$$

**division par un nombre différent de 0**

$$0 / 1 = 0$$

$$1 / 1 = 1$$

On dit que  $F_2$  est un *corps fini*



**Evariste Galois**  
**(1811-1832)**

# **Exemple de code correcteur d'erreur**

## **le code de Hamming**



**Richard W. HAMMING (1915-1998)**

# Code de Hamming

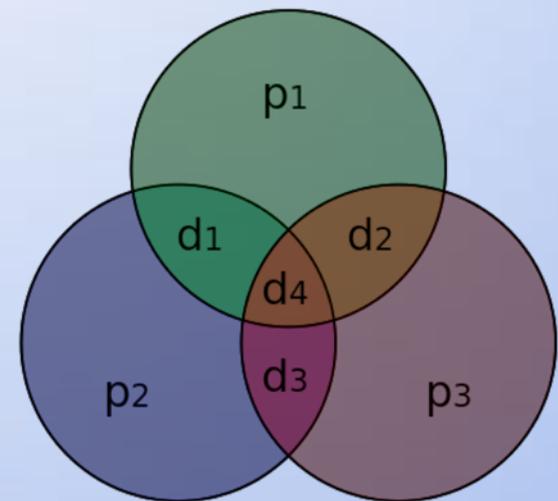
$d_1$   $d_2$   $d_3$   $d_4$   $p_1$   $p_2$   $p_3$

1 0 0 1 0 0 1

$$p_1 = d_1 + d_2 + d_4$$

$$p_2 = d_1 + d_3 + d_4$$

$$p_3 = d_2 + d_3 + d_4$$



# Mots valides

<b>0000 000</b>	<b>0001 011</b>	<b>0010 110</b>	<b>0011 101</b>
<b>0100 111</b>	<b>0101 100</b>	<b>0110 001</b>	<b>0111 010</b>
<b>1000 101</b>	<b>1001 110</b>	<b>1010 011</b>	<b>1011 000</b>
<b>1100 010</b>	<b>1101 001</b>	<b>1110 100</b>	<b>1111 111</b>

# Mots valides

<b>0000 000</b>	<b>0001 011</b>	<b>0010 110</b>	<b>0011 101</b>
<b>0100 111</b>	<b>0101 100</b>	<b>0110 001</b>	<b>0111 010</b>
<b>1000 101</b>	<b>1001 110</b>	<b>1010 011</b>	<b>1011 000</b>
<b>1100 010</b>	<b>1101 001</b>	<b>1110 100</b>	<b>1111 111</b>

**0 1 0 1 0 1 0**

# Mots valides

<b>0000 000</b>	<b>0001 011</b>	<b>0010 110</b>	<b>0011 101</b>
<b>0100 111</b>	<b>0101 100</b>	<b>0110 001</b>	<b>0111 010</b>
<b>1000 101</b>	<b>1001 110</b>	<b>1010 011</b>	<b>1011 000</b>
<b>1100 010</b>	<b>1101 001</b>	<b>1110 100</b>	<b>1111 111</b>

**0 1 0 1 0 1 0**

# Mots valides

<b>0000 000</b>	<b>0001 011</b>	<b>0010 110</b>	<b>0011 101</b>
<b>0100 111</b>	<b>0101 100</b>	<b>0110 001</b>	<b>0111 010</b>
<b>1000 101</b>	<b>1001 110</b>	<b>1010 011</b>	<b>1011 000</b>
<b>1100 010</b>	<b>1101 001</b>	<b>1110 100</b>	<b>1111 111</b>

**0 1 0 1 0 1 0**

# Mots valides

**0000 000    0001 011    0010 110    0011 101**

**0100 111    0101 100    0110 001    0111 010**

**1000 101    1001 110    1010 011    1011 000**

**1100 010    1101 001    1110 100    1111 111**

**0 1 1 1 0 1 0**

**Le code de Hamming permet de corriger **une** lettre erronée sur un mot de 7 lettres**

**Mais si les erreurs de transmission sont trop fréquentes...**

**il faut utiliser des codes plus performants !**

**Solution : augmenter le nombre des symboles de contrôle**



**Mot à  
transmettre**

**Mais ça risque de prendre du temps !**

# **Compromis vitesse / efficacité**

**(Shannon, Varshamov, Gilbert vers 1950)**

**Pour une fiabilité de transmission donnée,  
il existe des codes de longueur optimale...**

**mais on ne sait pas encore les construire !**

# Codes de Reed-Solomon (1960)

**utilisés pour la lecture des CD**

→ **calculs dans  $F_{64}$**

**(corps fini à 64 éléments !)**

**Léa fait construire  
sa maison**

# Projet de construction

- Les architectes proposent des plans avec des **contraintes** de dimension, coût, solidité...
- Léa consulte sa banque pour établir un plan de financement

**Usage de logiciels réalisant des calculs complexes**



# Quel style de terrasse ?

**Attention :** certaines terrasses sont fragiles !

## Équation de Navier

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad}(\text{div} \mathbf{u}) + \mu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}_v$$

*Équation qui relie  
la déformation d'un solide  
aux forces appliquées*



# Où utilise-t-on des mathématiques ?

**Cryptographie : codage et décodage de messages**

**Météorologie (prévisions, calcul de risques ...)**

**Biologie (génomique, statistiques ...)    Son numérique (MP3)**

**Informatique (algorithmique ...)**

**Télécommunications (protocole, téléphone portable, Internet ...)**

**Assurances (calcul des risques et des primes)**

**Disques compacts**

**Photos numériques(jpeg)**

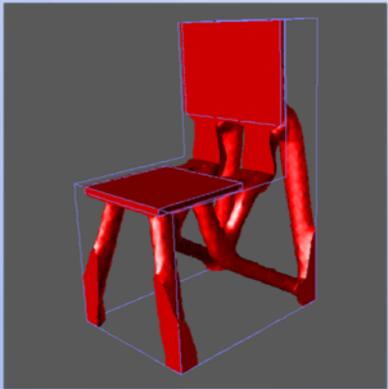
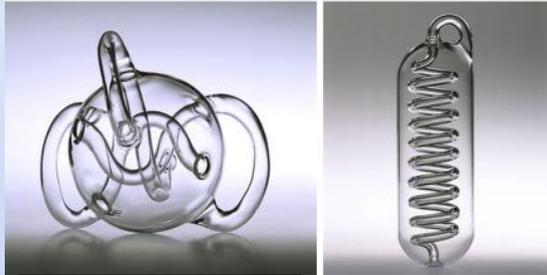
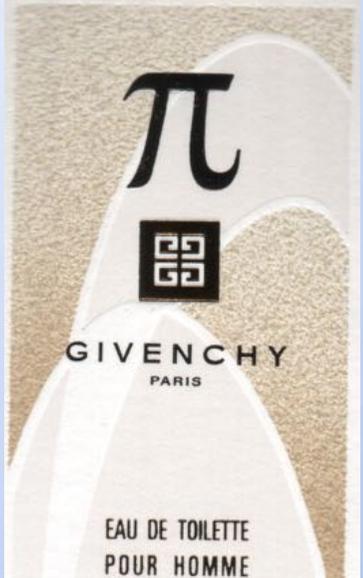
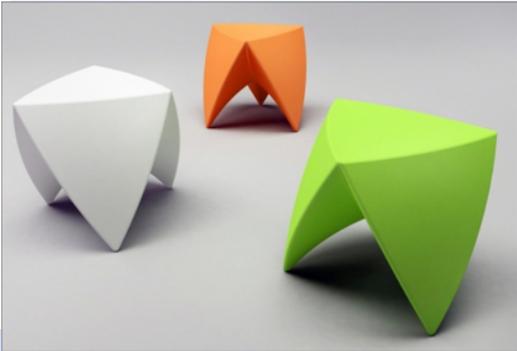
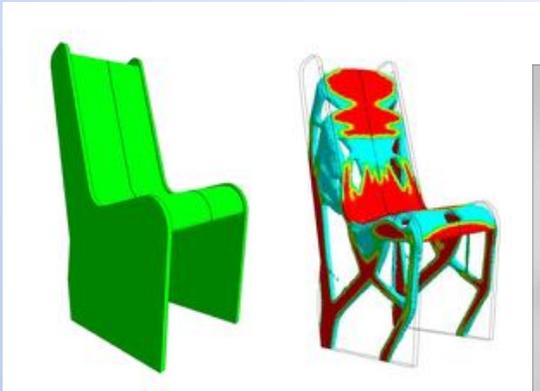
**Télévision numérique**

**Bureau d'étude (DAO, CAO)**

**Satellite, système ABS (théorie du contrôle optimal)**

**Les mathématiques ne sont pas seulement indispensables au développement des sciences et de la haute technologie, elles contribuent aussi à la formation de l'esprit**

**Elles sont aussi source d'inspiration**



## **ÉPILOGUE**

**Il est plus facile  
d'apprendre les  
mathématiques  
que d'apprendre  
à s'en passer !**



**Henri CARTAN  
(1904-2006)**

# Inspiration pour le cinéma

