32ÈME CONGRÈS MATH.EN.JEANS

CONGRÈS D'ORLÉANS VENDREDI 16 AVRIL 2021

PRÉSENTATION DES SUJETS DES ATELIERS

Un GRAND MERCI à toutes et tous, élèves et enseignants, chercheurs, responsables d'ateliers, qui nous ont permis de vous proposer ce document qui témoigne du riche travail déjà accompli et vous présente les pistes de recherche choisies cette année.

Ctrl+clic pour accéder directement à la page

LE « TAKE IT EASY »

Établissement : Collège Villey-Desmeserets, Caen, Académie de Normandie
Établissement jumelé (le cas échéant) : Pas de jumelage
Élèves : Arthur Langlois, Eugénie Prelier, Maya Maziere, Coline Gary, Shalom Jayesimi, Manon Le Carpentier
(Élèves de 4ème et de 3ème)
Enseignant(s) : HUET Jérôme ; GAUCHARD Alice (Mathématiques)
Chercheur : DORBEC Paul ; Université de Caen

Présentation du sujet :
À partir du jeu de société « Take-it easy » les élèves ont cherché à répondre aux questions suivantes :

- Est-il possible d'obtenir une grille parfaite ? (Pas de nombres différents sur une même ligne.)
- Quel est le meilleur score que l'on peut obtenir ?
- Combien de grilles différentes permettent d'obtenir ce score maximum ?
- Comment générer ces grilles ? Comment sont-elles constituées.

Résumé du projet :
Take it easy ! est un jeu de société qui se joue sur une grille de cases hexagonales, en forme elle-même d'hexagone ce qui fait une grille de 19 cases au final. Chaque joueur dispose devant lui de 27 tuiles hexagonales, traversées de part en part par trois tuyaux, chacun avec une valeur entre 1 et 9. À chaque tour, une tuile est tirée, que chaque joueur doit placer sur la grille pour maximiser son score final, sans savoir quelles sont les tuiles qui seront tirées par la suite. Le score se calcule ainsi : pour chaque tuyau qui relie un bord à l'autre : — Si le tuyau est composé de tronçons de valeurs différentes, il ne vaut rien. — S'il est composé de tronçons tous de même valeur (appelons v cette valeur), alors chaque tronçon qui le compose rapporte autant de points que sa valeur. Autrement dit, un tuyau composé de n tronçons de valeur v rapporte n × v points.

- Les élèves ont commencé à chercher une grille parfaite, c'est-à-dire qui ne contenait pas de nombres différents sur une même ligne et ont commencé à faire de petites démonstrations. Ils ont montré qu'on ne pouvait pas faire 2 lignes adjacentes de 4 et 5 tuiles avec un même entier.
- Après avoir trouvé des grilles parfaites ils ont cherché à optimiser les scores obtenus. Ils ont permuté certaines tuiles pour avoir de grands nombres sur les plus grandes lignes.
- Ils ont trouvé un score qu'ils pensent être le maximum. (307 points). Ils ne sont pas en mesure jusqu'ici de prouver que ce score est bien le score maximum.
- Les élèves ont observé les structures des grilles parfaites avec score maximum afin de toutes les générer. Ils se sont mis d'accord sur un lexique pour désigner 3 différentes directions des lignes (lignes verticales, montantes, descendantes) et pour désigner la structure de la grille. (Symétrique, alternée, « fausse symétrie. »)

Pour gagner du temps, une élève a fabriqué un petit programme de calcul de score à l'aide d'un tableur. Les élèves ont fait un diaporama qui est en cours d'élaboration et pris de nombreuses photos de leurs grilles.

Une grille parfaite, score max 307 :

- Verticale : Alternée
- Montante : « Fausse symétrie »
- Descendante : symétrie

LES FLACONS

Établissement : Collège Villey-Desmeserets, Caen, Académie de Normandie
Établissement jumelé (le cas échéant) : Pas de jumelage
Élèves : Lucien LE LU, Jules BERTRAND
Enseignant(s) : HUET Jérôme ; GAUCHARD Alice (Mathématiques)
Chercheur : DORBEC Paul ; Université de Caen

Présentation du sujet :
Une situation problème classique est la suivante. Vous disposez de trois flacons, de 8L, 5L et 3L. Comment isoler un volume de 4L ? Cette petite énigme sera vite résolue, mais elle ouvre plein de questions, pour peu qu'on généralise un peu la question... Tout d'abord, quelles sont les valeurs effectivement atteignables ? Ceci pour les trois flacons initiaux, mais aussi pour des flacons de volume différents... Mais aussi, combien de transferts de contenus sont nécessaires pour atteindre ces objectifs ? Pour quels volumes initiaux ce nombre de transferts peut-il être grand ?

Résumé du projet :
Les élèves ont rapidement trouvé une méthode permettant d'isoler 4 L à partir des 3 flacons de 8 ; 5 et 3 litres. Ils ont rapidement trouvé les valeurs accessibles avec ces 3 flacons. Ils ont cherché à chaque fois en prenant 2 règles différentes :

- On peut remplir un des flacons « au robinet » et « jeter » de l'eau.
- On ne dispose que du liquide à ras-bord dans le plus grand contenant et on ne peut rien « jeter ».

Les élèves se sont intéressés aux valeurs accessibles. Ils ont prouvé que si la contenance des flacons était « dans une même table », (langage élève) c'est-à-dire s'il y a un même nombre entier n qui divise les contenances alors on ne pourra obtenir que des multiples de n. Une petite démonstration a été faite avec un peu d'aide pour la mise en forme littérale.
Les élèves ont essayé de montrer que si deux flacons n'avaient pas de diviseur commun, (ne sont pas dans la même table dans leur langage élève…) alors on peut arriver à la valeur 1 L et obtenir les valeurs que l'on veut.
Les 2 élèves ont commencé à fabriquer un programme Scratch permettant d'obtenir les transvasements à faire pour résoudre un problème donné. (Ils sont confrontés à de nombreuses difficultés.)
Ils ont modélisé leurs transvasements à l'aide de triplets de chiffres et de flèches.
Ils ont réalisé un diaporama pour expliquer leurs travaux et un petit film.

LE RUBAN DE MÖBIUS

<u>Établissement :</u> Collège Albert Vinçon, Saint-Nazaire (44600), Académie de Nantes.
<u>Élèves :</u> Geffroy Johanne – 6ème, Chauvin Romane – 5ème, Allain Kerrian – 3ème.
<u>Enseignant(s) :</u> Frank Fougère – Professeur de mathématiques.
<u>Chercheur :</u> Laurent Piriou – Faculté des sciences de Nantes.

Présentation du sujet :

Découpage d'un ruban à une face

Pensez-vous qu'en tordant un ruban par plusieurs tours nous pouvons obtenir un ruban à une face ?
Si l'on fait le tour du ruban, revient-on du même côté duquel nous étions partis ?
En découpant le ruban, il est plus simple de vérifier cette hypothèse, terminerons-nous le découpage ?

Résumé du projet :

Premièrement nous avons testé nos idées grâce à des rubans de papiers qui nous ont permis de comprendre le sujet ainsi que d'y répondre.

Deuxièmement nous avons écrit au brouillon les réponses à côté des questions de nos sujets.

Ensuite, nous avons identifié que lorsque l'on tord le ruban par un nombre de tours pairs, il y aura deux faces, mais si l'on tord le ruban un nombre impair il y aura une seule face.

LE PROBLÈME DE LACETS

Établissement : Collège Albert Vinçon, Saint-Nazaire (44600), Académie de Nantes
Élèves : Justine FLAGEUL 5ème- Vanille DAIN 5ème
Enseignant(s) : Franck FOUGERE
Chercheur : Laurent PIRIOU - Faculté des sciences de Nantes

Présentation du sujet :
On s'intéresse ici aux différentes façons de lacer des chaussures à lacets.

La règle est que le lacet doit visiter chaque œillet en alternant les œillets de gauche et de droit et on recherche la méthode qui utilise le moins possible de longueur de lacet.

1. Parmi les méthodes que vous connaissez, laquelle est la plus économe?
2. Est-ce la plus économe parmi toutes les méthodes possibles ?
3. Même question en s'autorisant à ne pas alterner le lacet d'un côté à l'autre.

Résumé du projet :
Nous avons essayé de lacer plusieurs chaussures de plusieurs façons.
Puis, dans un premier temps, nous avons observé quelle méthode nous faisait économiser le plus de lacets, c'est-à-dire, quand est ce qu'il en restait le plus.

Dans un second temps, nous avons démontré à l'aide du théorème de Pythagore que, parmi toutes les méthodes que nous avons trouvées, celle retenue était bien la plus économe en lacet.

L'ARMÉE DES 1 INFILTRÉE PAR LE GROUPUSCULE DES 9

Établissement : **Collège Albert Vinçon, Saint Nazaire, Académie de Nantes**
Élèves : **Eléa VINCENT 5e , Vy PHAN NGUYEN 5e**
Enseignant(s) : **M. Franck FOUGERE professeur de mathématique**
Chercheur : **Laurent PIRIOU faculté des sciences de Nantes**

Présentation du sujet : L'armée des uns infiltrée par le groupuscule des neufs.

Résumé du projet :

1. L'armée des uns : on peut vérifier à la main que $6^2 - 5^2 \ = \ 11, 56^2 - 45^2 = 1111, 556^2 - 445^2 = 111111$, mais, si vous demandez à une calculatrice de calculer $5555556^2 - 4444445^2$, la plupart du temps, elle ne saura pas vous répondre. Saurez-vous y répondre sans calculatrice ? Pouvez-vous généraliser cela afin de pouvoir identifier tous les soldats de l'armée des uns.

2. Le groupuscule des neufs est composé des multiples de 007 dont l'écriture décimale n'est formée que par le chiffre neuf. Leur chef est le plus petit d'entre eux. À vous de le démasquer.

Problème 1 :
1. On a répondu au calcul : $5555556^2 - 4444445^2$ qui a pour résultat 11111111111111.

2. Pour généraliser nous avons d'abord fait des essais : $6^2 - 5^2, 56^2 - 45^2, 556^2 - 445^2$. ..

3. Nous avons trouvé les identités remarquables (IR) en développant : $56 = 45 + 11$
$56^2 - 45^2 = (45 + 11)^2 - 45^2$
En factorisant et en utilisant l'identité remarquable : $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$56^2 - 45^2 = (56 + 45)(56 - 45) \ = \ 101x11$

Problème 2 :
Nous avons avancé avec des essais jusqu'à trouver le premier donc le plus petit.

DECOUPAGE D'UN RUBAN À UNE FACE

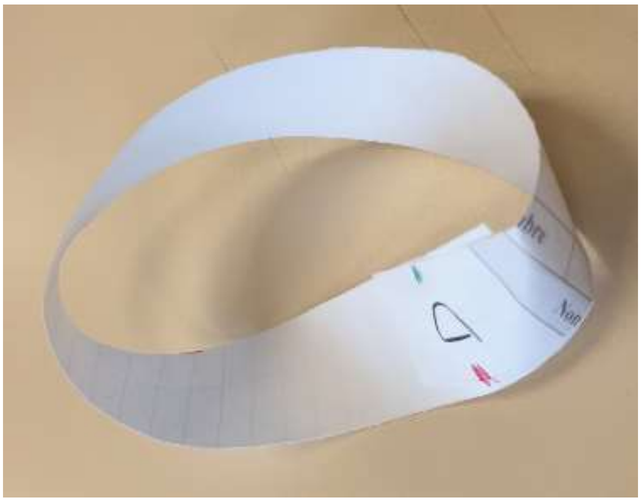
<u>Établissement :</u> Collège Ernest Renan, Saint-Herblain (Académie de Nantes)
<u>Établissement jumelé (le cas échéant) :</u>
<u>Élèves :</u> Soiliha ADAM, Timothée JEANNEAU et Christiano DIAS MARTINS (5ème)
<u>Enseignant(s) :</u> Pierre de Guido (Mathématiques)
<u>Chercheur :</u> Colette ANNÉ (Laboratoire Jean Leray)

Présentation du sujet :

On prend un ruban de papier découpé par exemple dans une feuille. Peut-on construire à partir de là un ruban à une face en recollant bord à bord les petits bouts. Partant de cette question, on étudie les conditions pour obtenir un ruban à une face et ce qu'on obtient en le découpant de différentes façons.

Résumé du projet :

Nous avons, grâce à l'image fournie dans le sujet, assez vite trouvé comment obtenir un ruban à une face. De même après quelques essais nous avons trouvé que pour obtenir un ruban à une face, il fallait le « tordre » un nombre impair de fois (un nombre impair de demi-tours).



Il nous a ensuite été demandé de placer un point D (comme départ) sur le ruban et de placer des repères colorés (verts et rouges) au bord du ruban. Ces repères doivent être visibles de l'autre côté de la feuille (on ne parle pas de face) qu'on repère par le point A (comme arrivée).

Nous avons ensuite découpé le ruban de plusieurs façons différentes et nous avons étudié le résultat. Nous avons souvent été surpris par ce que nous avons constaté. Nous avons essayé de l'expliquer.

Tout d'abord, nous avons découpé le ruban le long d'une ligne allant de D à A, parallèle au bord du ruban, au milieu. Nous pensions obtenir 2 rubans, mais en réalité nous n'avons obtenu qu'un ruban. Ce ruban est bien sûr 2 fois moins large et a 2 faces. Il a été tordu 4 fois (un nombre pair, ce qui est logique) alors que notre ruban d'origine n'a été tordu qu'une fois.
Nous avons ensuite découpé toujours parallèlement à l'axe mais pas au milieu. Enfin, nous avons découpé en diagonale.

Dans ce dernier cas, nous avons obtenu un triangle ce qui devrait nous permettre de répondre à la dernière question : « Est-il possible de construire un ruban à une face à partir d'un triangle ? ».

C'est cette dernière question que nous allons essayer de résoudre maintenant.

PAVAGE

Établissement : **Collège Ernest Renan, Saint-Herblain (Académie de Nantes)**
Établissement jumelé (le cas échéant) :
Élèves : **Héline CETINKAYA (5ème)**
Enseignant(s) : **Pierre de Guido (Mathématiques)**
Chercheur : **Colette ANNÉ (Laboratoire Jean Leray)**

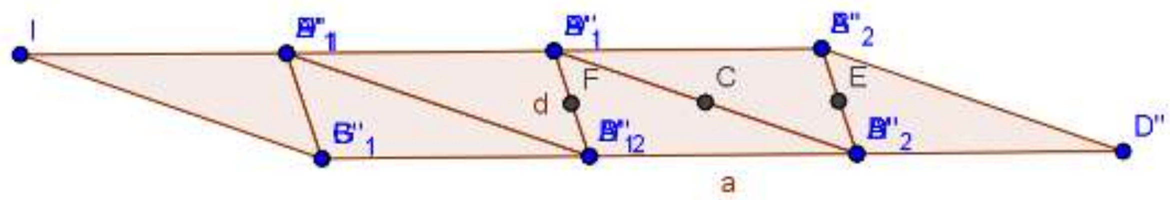
Présentation du sujet :
Avec quels polygones peut-on réaliser un pavage du plan ? Quelles conditions faut-il respecter pour que cela soit possible avec un triangle, un quadrilatère, un hexagone ? et avec tout polygone régulier ? Et sur une sphère ?

Résumé du projet :
Nous avons tout d'abord étudié les triangles et tenté de vérifier si « tout triangle pave le plan infini ». Pour commencer, nous avons du clarifier ce qu'est un pavage.

En voilà une définition : Paver le plan, c'est recouvrir entièrement le plan, **sans trou, ni superposition,** avec une forme de base appelée pavé de base, que l'on reproduit autant que l'on veut. On peut donc déplacer sur le côté la figure de base (translation), la faire tourner (rotation), mais pas la retourner dessus-dessous (pas de symétrie axiale).

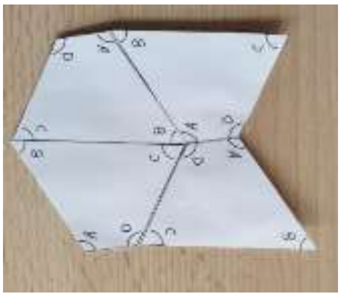
Pour la première question, nous avons commencé par dessiner un triangle quelconque et nous l'avons photocopié plusieurs fois, puis découpé pour voir si nous arrivions à faire un pavage. Nous avons aussi essayé avec un logiciel informatique, mais le papier était finalement plus pratique au début.

Dans un premier temps, nous avons conjecturé que c'était possible quelque soit le triangle.
Nous pensions qu'avec deux triangles identiques nous pouvions construire un parallélogramme et partant de là réaliser un pavage.
Pour le prouver, nous avons utilisé des propriétés de la symétrie centrale.



Nous avons ensuite suivi la même démarche avec les quadrilatères : réaliser un quadrilatère quelconque sur papier, le photocopier et essayer différentes dispositions. Il n'a pas été facile de réaliser un quadrilatère totalement quelconque (pas de côtés parallèles, ni de longueurs égales, pas d'angles égaux où complémentaires).

Dans un premier temps, nous avons obtenu la figure ci-contre.



Nous avons prouvé que la somme des 4 angles d'un quadrilatère est égale à 360° ce qui permet que les angles « s'emboitent » bien.
Puis à l'aide, encore une fois, des propriétés de la symétrie, nous avons prouvé qu'il est possible de réaliser un pavage avec n'importe quel quadrilatère.

Nous allons maintenant nous pencher sur les hexagones.

UN JEU DE FORT BOYARD MAIS PAS QUE

<u>Établissement :</u> Lycée Honoré d'Estienne d'Orves, Carquefou, Académie de Nantes
<u>Établissement jumelé (le cas échéant) :</u> /
<u>Élèves :</u> BOUTTEVILLE Marius, DAUPHIN-HEUSSE Alia, SIZGORIC Corentin, CHANTREAU Maëlys (Terminales).
<u>Enseignant(s) :</u> Driss BADAOUI
<u>Chercheur :</u> Aymeric Stamm

Présentation du sujet :
<u>Le jeu de Fort Boyard :</u>
Dans Fort Boyard, une des épreuves pour les candidats est le duel des bâtonnets contre un maître des ténèbres.
Il y a au départ 20 bâtonnets. Tour à tour, chaque joueur peut enlever 1, 2 ou 3 bâtonnets.
Le vainqueur est celui qui peut jouer en dernier.

<u>Et ses variantes…</u>

Résumé du projet :
Tout d'abord, nous avons essayé d'analyser les positions gagnantes du premier jeu. C'est à dire quelles étaient les positions qui permettaient au joueur de prendre le dernier bâton. Rappelons qu'ici, il n'y a qu'un tas et que les joueurs ne peuvent prendre qu'1, 2 ou 3 bâtons. Nous avons effectué de nombreuses parties pour remarquer des similitudes entre chaque et en déduire une logique qui permettait de gagner à tous les coups.

Nombre de bâtons à prendre	Nombre de bâtons dans le tas		
1	1 5 9 13 17	4n+1	1[4]
2	2 6 10 14 18	4n+2	2[4]
3	3 7 11 15 19	4n+3	3[4]
Combinaisons perdantes	4 8 12 16 20	4n	0[4]

Si le tas a 20 bâtons, il ne faut pas commencer à jouer car cela nous enverrait automatiquement en situation perdante pour nous et gagnante pour l'adversaire. Pour gagner, il suffit d'enlever autant de bâtons nécessaires pour arriver à un multiple de 4.

Puis nous avons essayé d'augmenter le nombre de bâtons à l'état initial et avons remarqué que la stratégie restait la même.

Puis nous avons complexifié le jeu. Il y a toujours un tas mais les joueurs sont libres de prendre autant de bâtons qu'ils le souhaitent (n bâtons), l'objectif restant de prendre le dernier bâton. Après de nombreuses parties nous avons remarqué qu'il suffisait d'enlever autant de bâtons que nécessaire pour arriver à un multiple de n+1.

Ensuite nous avons essayé de comprendre la situation en ajoutant des tas.
Production d'une vidéo et d'un programme Python en cours.
On compte démontrer les propriétés animant ces situations plus complexes avec des démonstrations par récurrence.

LES INTERRUPTEURS DEFECTUEUX

Établissement : **Lycée Guy Moquet-Etienne Lenoir, Châteaubriant, Nantes**
Établissement jumelé (le cas échéant) : **/**
Élèves : **Alexis Tertrin, Paul Tertrin, Hugo Fontaine, Matthis Garnier – Terminales**
Enseignant(s) : **Cécile Martin, Solange Cetout – Professeures de mathématiques**
Chercheur : **François Ducrot– Université d'Angers**

Présentation du sujet :

Un réseau électrique est constitué d'une succession d'interrupteurs qui sont soit ouverts, soit fermés.
On sait que lorsqu'on actionne un interrupteur, cela change son état à lui mais aussi l'état de ceux à qui il est directement lié.
Ainsi, on se demande si, en partant d'un circuit où tous les interrupteurs sont fermés, ils peuvent finir tous ouverts.

Résumé du projet :

Nous avons donc premièrement tenté de trouver une piste en considérant une organisation linéaire des interrupteurs :

```
o-o-o-o-o-o-o
```

Nous pouvons donc déduire que si le nombre d'interrupteurs est multiple de 3, on commencera par appuyer sur le second en partant du début puis appuyer sur un interrupteur tous les 3 interrupteurs pour tous les ouvrir (si ce n'est pas un multiple de 3, on commencera par le 1er interrupteur).
Néanmoins, il n'est pas dit que le plan soit circulaire ou même en plusieurs couches :

```
    o                   o-o-o-o-o
 o     o                | | |  | |
 o     o                o-o-o-o-o
    o
```

Dans ces configurations, nous avons trouvé en tâtonnant qu'il suffisait d'appuyer successivement sur chaque interrupteur pour que le réseau soit allumé.

Nous sommes actuellement en train d'étudier des systèmes partant d'un système circulaire (comme présenté au-dessus) mais où chaque interrupteur appartenant à ce cercle peut être l'origine d'une ramification du circuit :

```
      0
0-0-0   0-0-0
     0 0
```

S'il y a un circuit fermé avec pour chaque interrupteur une suite de liaisons linéaires, alors appuyer successivement sur chaque interrupteur du circuit plus le premier interrupteur de chaque liaison. Il faut savoir si on peut allumer le reste de chaque suite sans affecter le circuit allumé.

Notre objectif est qu'à la fin de l'année, on ait trouvé un maximum de configurations variées, dans lesquelles on a trouvé une démarche afin que le réseau soit totalement allumé. Le cas échéant, notre projet est d'effectuer un programme, nous permettant de modéliser notre problème, pour que l'on puisse s'appuyer dessus afin de trouver encore plus de configurations possibles.

DÉVELOPPEMENT DÉCIMAL

Établissement : **Lycée Guy Moquet-Etienne Lenoir, Châteaubriant, Nantes**
Établissement jumelé (le cas échéant) : Aucun
Élèves : **FILA Louna 1ère, RIGAUD Mathis - Terminale, HERVÉ Pierre - Terminale, SIMONNEY Fanny - Terminale**
Enseignant(s) : **Mme Martin, Mme Cetout**
Chercheur : **DUCROT François - Angers**

Présentation du sujet
Mince ! Je suis en classe de maths, je n'ai pas de calculatrice et je cherche la solution d'une fraction.
Je me retrouve bien embêté.e car je me dois de trouver une valeur approchée.
Donc je remarque que plusieurs fractions donnent le même développement. Pouvez-vous nous aider ?

Résumé du projet :
Le but de nos recherches est de trouver un moyen de connaître les chiffres après la virgule.
Si on prend 9 :
1/9 = 0,11111 2/9 = 0,22222 13/9 = 1,44444

On obtient 4 après la virgule car on a 1 + 3 = 4. De plus, on a 1 car il y a 1 fois 9 dans 13.
Cette méthode est à répéter pour toutes les divisons par 9 !

Si on prend 7 :
On remarque que dans le développement décimal de 1/7 , on obtient à chaque fois 142857. Ceci est un motif.
Par la suite nous sommes en recherche de la suite du motif et pourquoi change-t-il.

On remarque aussi :
Pour 3 : 12 appartient à la table de 3 : 1 + 2 = 3
597 appartient à la table de 3 car 5 + 9 + 7 = 21 et 2 + 1 = 3

On tente ensuite de comprendre les nombres après la virgule :

/2 → 2 cas possibles :
- 0,5
- entier

/3 → 3 cas possibles :
- 0,33
- 0,66
- entier

/4 → 4 cas possibles :
- 0,25
- 0,5
- 0,75
- entier

/5 → 5 cas possibles :
- 0,2
- 0,4
- 0,6
- 0,8
- Entier

/6 → 6 cas possibles :
- 0,166
- 0,33
- 0,5
- 0,666
- 0,833
- entier

Pour 7, les choses se corsent avec un motif qui se répète 142857:
- 0,142857 =1/7
- 0,28142857 –2/7
- 0,428571428 = 3/7
- 0,57142857 = 4/7
- 0,7142857 = 5/7
- 0,857142857 =6/7
- entier =7/7

Enfin, un algorithme a commencé à être mis en place : il aura pour but de trouver le développement des fractions.

DÉCOUPAGES

Établissement : **Lycée Guy Moquet-Etienne Lenoir, Châteaubriant, Nantes**
Établissement jumelé (le cas échéant) : **Aucun**
Élèves : **RATIVEL Élise - Terminale, LE GOFF Louna - Terminale.**
Enseignant(s) : **Mme Martin, Mme Cetout**
Chercheur : **DUCROT François - Angers**

Présentation du sujet :
Peut-on passer d'une forme géométrique à une autre en les découpant par des traits rectilignes ?
Par exemple, si on part d'un rectangle quelconque, peut-on le transformer en carré avec des découpages ?
Plus généralement, si je vous dessine deux polygones de même aire et de formes quelconques, pouvez-vous en découper un pour reformer l'autre ?

Résumé du projet :

Nous avons tout d'abord travaillé sur des figures géométriques en papier avec des ciseaux et de la colle… Et nous avons petit à petit vu apparaitre des méthodes et des raisonnements qui nous permettaient de transformer nos figures.
Nous développons aujourd'hui une méthode utilisant GeoGebra pour rendre plus visibles nos premiers résultats.

MARTINGALE

Établissement : Collège Stanislas Limousin, Ardentes, Académie Orléans-Tours
Élèves : BERTRAND Mélissa, LE BLANC Nicolas, PIGASSOUS Nicolas, LE TERRIEL Ethan (3ème)
Enseignant(s) : DUHAMEL Fanny, Mathématiques
Chercheur : BATAKIS Athanasios, Université d'Orléans

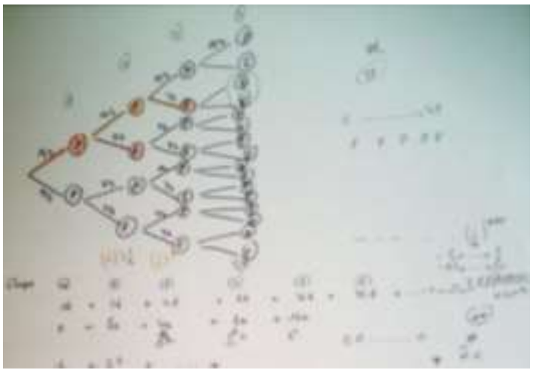
Présentation du sujet
Lorsque l'on joue à la roulette, au casino, existe-t-il une martingale qui permet de gagner à coup sûr ?

Résumé du projet :

Étape 1 : étude d'une martingale simple, qui consiste à miser 1 euro au départ sur « Noir » ou « Rouge » et à doubler sa mise jusqu'à gagner, avec autant de chances de tomber sur l'une des deux couleurs. Nous avons testé, avec une pièce, noté les résultats et observé.

Étape 2 : Est-ce une bonne stratégie ? Mais qu'est-ce qu'une bonne stratégie ? Nous partirons sur le principe qu'une bonne stratégie, c'est ce qui nous fait gagner de l'argent. Mais attention, il existe différentes contraintes : le temps et le capital disponible par exemple.

Étape 3 : début de calculs sur la somme à miser



Par exemple, si l'on joue 8 fois avant de gagner :
$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128$
$= 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 = 255$

Et pour n fois, cela donnera quoi ?
$2^0 + 2^1 + … + 2^n = ?$ Cela monte vite !

Étape 4 : recherches sur les limites concrètes du problème.
Quelles sont les limites dictées par les casinos ?
Combien gagne un français moyen et peut-il se permettre de miser autant que nécessaire ?
Quelles sont les différentes stratégies alors possibles ?
Commencer par miser très peu ?
Diviser son capital disponible et jouer à plusieurs jeux ?
Jouer sur les mises successives ?

Étape 5 : réalisation d'un programme sur Scratch qui permet de modéliser plus simplement et efficacement la situation, tout en variant les données du problème.
https://nc.e-college.indre.fr/s/wKPkGq7jwnSKPPR

Étape 6 : variation des données du problème
Changement de la mise initiale, évolution des mises successives (fois 2, fois 3, …), évolution de la probabilité de gagner (50% , 30%, 10%, …)

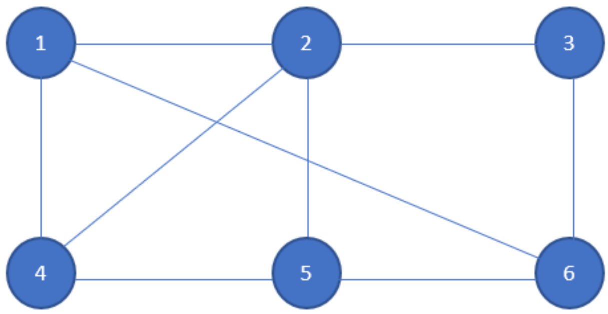
DES INTERRUPTEURS COUPLÉS

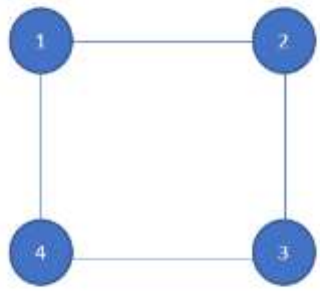
Établissement : **Lycée en Forêt, Montargis, Orléans-tours**
Établissement jumelé (le cas échéant) : **/**
Élèves : **Nicolas ALIAS, Michka KOUFEIDJI, Maxence LE BLEVEC, Mathieu SIMON (élèves de 2nde)**
Enseignant(s) : **Mickael LALAND - Mathématiques**
Chercheur : **Romain ABRAHAM – Institut Denis Poisson, Université d'Orléans**

Présentation du sujet :
Des lampes sont reliées entre elles par une réseau électrique quelconque, toutes les lampes ne sont pas forcément reliées entre elles. On suppose que toutes les lampes sont initialement éteintes. Peut-on toujours trouver une série d'actions pour allumer simultanément toutes les lampes ?

Résumé du projet :

Rappel des règles : Voici un exemple de circuit électrique. Lorsque l'on actionne un interrupteur pour changer l'état d'une lampe (l'allumer ou l'éteindre), alors toutes les lampes qui lui sont directement reliées changent également d'état. Ainsi, actionner l'interrupteur 5 modifie également les lampes 2, 4 et 6.





Nous avons d'abord commencé avec des circuits plus petits (3 ou 4 ampoules) afin de voir s'il était possible d'allumer toutes les ampoules. Par exemple, avec le circuit ci-contre, nous avons remarqué qu'en actionnant les ampoules 1 puis 2 puis 3 puis 4 cela fonctionnait.

Nos résultats : Nous avons dressé tous les circuits possibles à 3 ou 4 ampoules et pu trouver à chaque fois une série d'actions nous permettant d'allumer toutes les ampoules. Pour les circuits contenant davantage d'ampoules que nous avons testés, nous avons également à chaque fois trouvé une série d'actions nous permettant d'allumer toutes les ampoules mais sans passer en revue tous les circuits possibles.

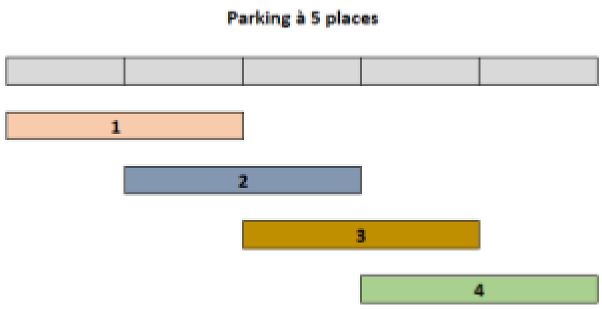
Nos perspectives : Nous avons identifié deux stratégies différentes, en fonction de la parité ou non du nombre d'ampoules, et nous essayons de voir ce que cela donne avec des circuits beaucoup plus grands avant d'essayer de démontrer que cela fonctionne pour tout type de circuit.

DES CONDUCTEURS INDISCIPLINÉS

<u>Établissement :</u> Lycée en Forêt, Montargis, Orléans-tours
<u>Établissement jumelé (le cas échéant)</u> : /
<u>Élèves :</u> Cloé BEZUT, Fleur SAUGERE, Théo TREBUCHET, Clarence SMITH, Tristan COLLUMEAU (élèves de 2^nde^)
<u>Enseignant(s) :</u> Mickael LALAND - Mathématiques
<u>Chercheur :</u> Romain ABRAHAM – Institut Denis Poisson, Université d'Orléans

Présentation du sujet :
Un parking est divisé en 288 secteurs. Une voiture utilise 2 secteurs. 144 voitures peuvent se garer sur ce parking. Que se passe-t-il si les conducteurs se garent en choisissant au hasard la place où ils se garent ? Quel est le taux d'occupation moyen du parking s'il est initialement vide et qu'aucune voiture ne quitte sa place ?

Résumé du projet :
Lors des premières séances, nous avons cherché à résoudre ce problème en commençant par étudier des parkings à une place, puis à deux, à trois…
Nous avons réalisé des schémas mais n'avons pas pu trouver de formule générale nous permettant de trouver une relation en fonction du nombre de places.
On a ensuite assez vite compris que pour un parking à n places, il y avait n-1 façons différentes pour la $1^{ère}$ voiture de se garer.
Par exemple, pour un parking à 5 places, il y a 4 possibilités.



Pour chacune de ces possibilités, il ne reste de la place que pour une voiture donc pour un parking à 5 places, seulement deux voitures se garent à chaque fois.

Nos résultats : Nous avons fait cela en allant jusqu'à un parking à 8 places et nous avons remarqué que les résultats obtenus pour les parkings de taille inférieure nous étaient utiles pour continuer à avancer.

Nos perspectives : Nous travaillons actuellement sur l'écriture d'un algorithme en langage Python nous permettant d'obtenir le nombre moyen de voitures pour n'importe quel parking car nous avons réalisé que pour résoudre le problème posé, il nous était impossible de faire tous les calculs nous même à chaque fois. Nous verrons ensuite ce que cela donne pour trouver le taux d'occupation moyen.
Voici ci-contre à quoi ressemble actuellement notre algorithme :

```
def Parking(N):

    P=[0,0]    # ce sont les valeurs pour un parking à 0 ou 1 place

    for i in range (2,N+1):

        x=0    # variable qui va stocker la valeur pour un parking à i places
        p=i-2
        n=0

        for j in range (i-1):

            x=x+(1/(i-1))*((1+P[p]+P[n]))
            n=n+1
            p=p-1

        P.append(x)    # je rajoute à ma liste la valeur pour un parking à i places

    print (P[N])
```

PILE OU FACE

Établissement : **Lycée Jehan de Beauce, Chartres, Orléans-Tours**

Élèves : **TSHINYAMA MBIYA Enzo - Wéline PUJOL - Emie CANDUN - 1ère Générale.**

Enseignant(s) : **Mme Carré, M. Blanzat et M. Petit**

Chercheur : **Romain Abraham – Institut Denis Poisson**

Présentation du sujet :
Le sujet est basé sur le principe du jeu du pile ou face.
En lançant plusieurs fois une pièce équilibrée, on obtient des séquences du type « Pile Pile Face Pile Face … ». Deux joueurs s'affrontent en choisissant chacun une séquence de 3 tirs comme par exemple « Pile Face Pile » ou « Face Face Face ».
Le joueur dont la séquence sort en premier gagne.
L'objectif du sujet est de déterminer s'il existe des stratégies pour gagner à ce jeu.

Résumé du projet :
Pour plus de facilité on considère que « Pile » sera noté P et « Face » sera noté F.
Avant de nous intéresser à une séquence de 3, nous avons cherché à répondre au problème avec une séquence de 2.
Pour des séquences de 2, puis des séquences de 3, nous avons commencé par réaliser des simulations en Python pour observer les premiers résultats. Nous avons ensuite essayé de les démontrer pour répondre au problème.

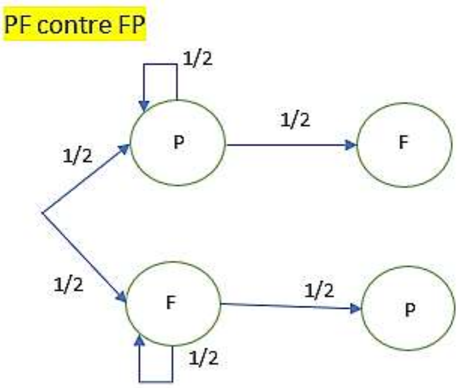
1. Cas d'une séquence de 2

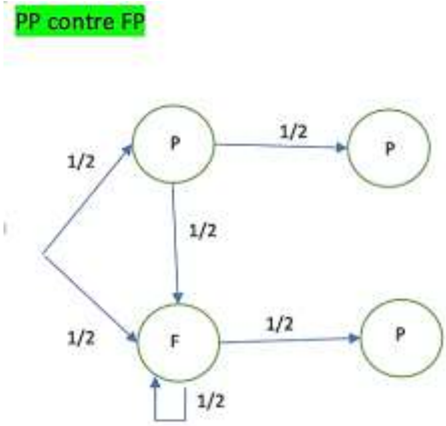
À l'aide de la simulation Python, on a obtenu le tableau suivant qui indique les probabilités des gagner en fonction des choix des deux joueurs.

	PP	PF	FP	FF
PP	/	49 % / 50 %	24 % / 75 %	50 % / 49 %
PF	50 % / 49 %	/	49 % / 50 %	75 % / 24 %
FP	75 % / 24 %	50 % / 49 %	/	50 % / 49 %
FF	49 % / 50 %	25 % / 74 %	50 % / 49 %	/

Exemples d'interprétation de l'affichage ci-dessus :
Si le joueur 1 choisit PP il a 49% (environ 50%) de gagner contre le joueur 2 si le joueur 2 choisit PF.
Si le joueur 1 choisit PF il a 75% de gagner contre le joueur 2 si le joueur 2 choisit FF.

Nous avons ensuite cherché à démontrer les résultats observés à l'aide de graphes comme ceux donnés ci-dessous où on confronte les choix PF contre FP et PP contre FP.





Le premier graphe « PF contre FP » indique que le premier lancer détermine le joueur qui va gagner.
Si le premier lancer donne P, le joueur ayant choisi PF a la garantie de gagner et si le premier lancer donne F, le joueur ayant choisi FP a la garantie de gagner. Chaque joueur a donc bien une probabilité de gagner de 50%.
Le deuxième graphe « PP contre FP » indique que le joueur ayant choisi FP a une probabilité de gagner plus grande (75 %) que celui ayant choisi PP (25 %).

On a ensuite réalisé des graphes pour toutes les confrontations entre une combinaison du joueur 1 et une du joueur 2. À l'aide de calculs de probabilités, on a alors trouvé la probabilité de gagner de chacun des deux joueurs.

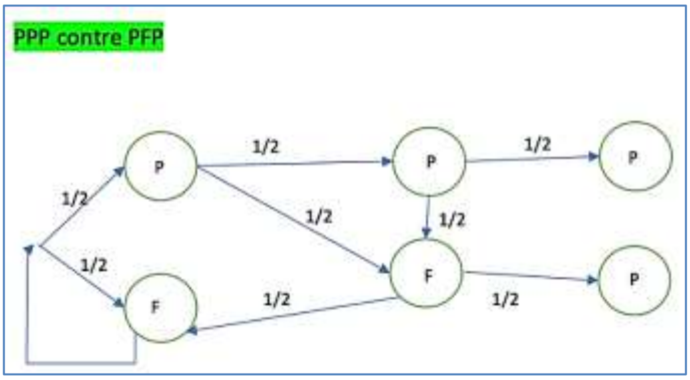
Résultats : Par exemple, si le joueur 1 choisit PP, nous avons démontré que le joueur 2 devait choisir FP pour avoir le plus de chances de gagner (75 % de chances de gagner dans ce cas). On a également démontré que si on doit jouer en premier, il vaut mieux choisir soit PF soit FP pour avoir le plus de chances de gagner.

2. Cas d'une séquence de 3

À l'aide d'une nouvelle simulation Python, on a obtenu le tableau suivant qui indique les probabilités de gagner en fonction des choix deux joueurs.

	PPP	PPF	PFP	PFF	FPP	FPF	FFP	FFF
PPP	/	50 % / 50 %	40 % / 60 %	40 % / 60 %	13 % / 87 %	42 % / 58 %	30 % / 70 %	50 % / 50 %
PPF	50 % / 50 %	/	66 % / 34 %	67 % / 33 %	25 % / 75 %	62 % / 38 %	50 % / 50 %	70 % / 30 %
PFP	60 % / 40 %	33 % / 67 %	/	50 % / 50 %	50 % / 50 %	50 % / 50 %	38 % / 62 %	58 % / 42 %
PFF	60 % / 40 %	33 % / 67 %	50 % / 50 %	/	50 % / 50 %	50 % / 50 %	75 % / 25 %	88 % / 12 %
FPP	87 % / 13 %	75 % / 25 %	50 % / 50 %	50 % / 50 %	/	50 % / 50 %	33 % / 67 %	60 % / 40 %
FPF	59 % / 41 %	37 % / 63 %	50 % / 50 %	50 % / 50 %	50 % / 50 %	/	33 % / 67 %	60 % / 40 %
FFP	70 % / 30 %	50 % / 50 %	63 % / 37 %	25 % / 75 %	67 % / 33 %	67 % / 33 %	/	50 % / 50 %
FFF	50 % / 50 %	30 % / 70 %	42 % / 58 %	13 % / 87 %	40 % / 60 %	40 % / 60 %	50 % / 50 %	/

Comme pour les combinaisons de 2, nous avons ensuite réalisé de nouveaux graphes. L'étude du graphe ci-contre, nous a permis de démontrer en réalisant des calculs de probabilités, que la combinaison PPP a 40% de chances de gagner contre la combinaison PFP.



Premiers résultats : À l'aide d'un graphe similaire à celui-ci-dessus, nous avons ensuite démontré que si le joueur 1 choisit PPP, le joueur 2 devra choisir FPP pour optimiser des chances de gagner (probabilité de 87,5%).

Perspectives : Nous cherchons à tracer des graphes pour les cas restants des séquences de 3 tirs afin de déterminer quelles sont les meilleures séquences à choisir en fonction de l'ordre dans lequel on joue (même si jouer en deuxième restera la meilleure stratégie, car on peut adapter son choix en fonction de celui de premier).

DES INTERRUPTEURS COUPLÉS

Établissement : **Lycée Jehan de Beauce, Chartres, Académie Orléans-Tours**
Élèves : **Aucagne Justine, Bes Marie, Boucey Luna et Lourdelle Erine en seconde**
Enseignants : **M. Blanzat, M. Petit et Mme Carré ; Discipline : Mathématiques**
Chercheur : **Romain Abraham – Université Orléans – Institut Denis Poisson**

Présentation du sujet :
Dans un circuit électrique composé d'ampoules, chacune possède un interrupteur qui change aussi l'état (allumé ou éteint) des ampoules qui lui sont reliées. Comment allumer toutes les ampoules du circuit ?

Résumé du projet :
L'objectif est de trouver une stratégie toujours gagnante pour tous types de circuits.

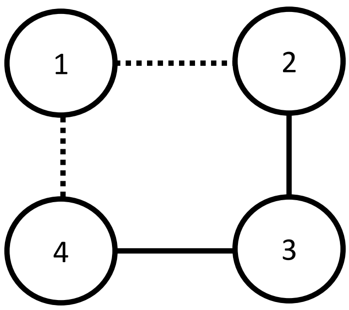
On a commencé avec de petits circuits où les ampoules sont numérotées, on est ensuite passé aux plus grands pour tenter de généraliser.

Pour noter l'évolution du circuit quand on actionne des interrupteurs, on a utilisé des « petits bâtons » à côté de chaque ampoule : un bâton vertical correspondait à une ampoule allumée une fois, un 2ème bâton qui barrait le premier signifiait que l'ampoule était éteinte, etc.

Cela nous a permis d'établir :

- Qu'on avait réussi à allumer toutes les ampoules du circuit quand chaque ampoule avait un bâton vertical non barré à côté d'elle, c'est-à-dire chaque ampoule avait changé d'état un nombre impair de fois.
- Que l'ordre dans lequel on actionne les interrupteurs n'a pas d'importance.
- Qu'un interrupteur est utile dans un circuit seulement s'il est actionné un nombre impair de fois, et donc finalement une seule fois.

Nous avons vu que pour un circuit de 4 ampoules, il suffit d'actionner chaque interrupteur une fois, stratégie que l'on a notée $S = \{1, 2, 3, 4\}$ pour dire que les 4 interrupteurs ont été actionnés.



Nous avons ensuite, dans ce circuit de 4 ampoules, isolé chaque ampoule tour à tour.
Quand on isolait l'ampoule 1, on notait S_1 la stratégie qui allumait ce nouveau circuit formé par les 3 ampoules. Ainsi $S_1 = \{3\}$
En juxtaposant les stratégies S_1, S_2, S_3 et S_4 on est retombé sur $S = \{1, 2, 3, 4\}$.

Nous avons constaté que cette technique pour trouver une solution fonctionne aussi pour les autres circuits en « colliers » avec un nombre d'ampoules qui correspond à une puissance de 2, comme 8 et 16.

Perspectives :
Cette dernière technique fonctionnerait peut-être même avec tous les circuits ayant un nombre pair d'ampoules. Il nous faut aussi étudier les circuits avec un nombre pair d'ampoules.

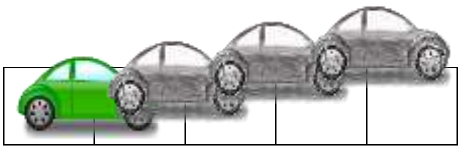
DES CONDUCTEURS INDISCIPLINES

<u>Établissement :</u> Lycée Jehan de Beauce, Chartres, Académie Orléans-Tours
<u>Élèves :</u> Aucagne Justine, Bes Marie, Boucey Luna et Lourdelle Erine en seconde
<u>Enseignants :</u> M. Blanzat, M. Petit et Mme Carré ; Discipline : Mathématiques
<u>Chercheur :</u> Romain Abraham – Université Orléans – Institut Denis Poisson

Présentation du sujet :
Nous savons tous que lorsque nous cherchons une place pour garer notre voiture nous faisons au plus pratique. Chaque conducteur choisit donc sa place au hasard. Pour un parking en ligne, que l'on le divise en secteurs, on considère qu'une voiture occupe 2 secteurs.
Le sujet consiste à connaître le nombre de secteurs occupés en moyenne dans un parking donné.

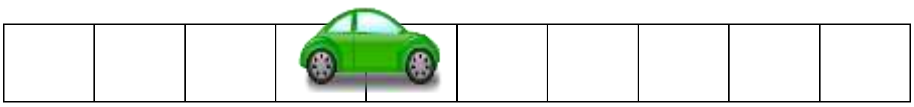
Résumé du projet :
Mise en situation : Nous arrivons sur un parking divisé en 288 secteurs, notre voiture, ainsi que toutes les autres, ont besoin d'occuper 2 secteurs pour se garer. Nous pouvons donc au maximum garer 144 voitures dans ce parking pour un taux d'occupation de 100 %.
A l'extrême inverse, si les voitures laissent toutes un secteur libre entre elles, nous pourrons garer $\frac{288}{3} = 96$ voitures. Le taux d'occupation est alors minimal et vaut $\frac{2}{3}$.

- On a commencé avec un nombre réduit de secteurs, pour lesquels nous avons déterminé le taux d'occupation moyen. Pour cela, nous avons considéré que, pour un parking de 5 secteurs par exemple, la 1$^{\text{ère}}$ voiture arrivant sur le parking avait une probabilité de $\frac{1}{4}$ d'occuper chacun des 4 premiers secteurs avec les roues arrière de sa voiture.



5 secteurs : 4 possibilités de se garer pour la 1$^{\text{ère}}$

Puis nous avons constaté qu'une fois la première voiture garée, nous avions alors 2 « petits parkings » pour lesquels nous avions déjà fait les calculs :



10 secteurs et une voiture garée : 2 petits parkings (ici de 3 et 5 secteurs).

Premiers résultats : nous avons trouvé des taux d'occupation entre 0,8 et 0,85 sauf pour 2 et 3 secteurs.

- Nous avons aussi créé un programme Python nous permettant d'estimer quel pourrait être le taux de remplissage moyen du parking de 288 secteurs à partir d'une simulation.

```
teste pour 288 secteurs :  0.8637763888888889
```

Résultats : nous avons remarqué que le taux d'occupation moyen se situe autour des 86 %.

- Puis, pour un nombre très réduit de secteurs, nous avons cherché des formules nous permettant de trouver le taux d'occupation moyen dans un tableur.

Perspectives : Nous cherchons maintenant une formule globale nous permettant de calculer le taux d'occupation, avec ou sans tableur.

JEU DE DÉS

Établissement : **Lycée Marguerite de Navarre, Bourges, Orléans-tours**

Élèves : **CREPIN Simon 2nde, DUSAUTOIR Victor 2nde, GABARREN Alexandre Terminale, NIERADZIK-KOZIC Sioban Terminale**
Enseignant(s) : **M. CRÉCHET Olivier– Mme HERMINIER Nathalie– M. PELLETIER Guillaume**
Chercheur : **M. Nguyen Benjamin – INSA**

Présentation du sujet : Jeu de dés

Quelle stratégie permet de gagner à ce jeu de dés que nous vous présentons dans une petite vidéo ?
Comment complexifier la partie en modifiant les règles du jeu ?

Résumé du projet :

On dispose de deux dés à 6 faces :
- 1 dé ayant n faces rouges et le reste de faces bleues
- 1 dé ayant m faces rouges et le reste de faces bleues (m et n sont des entiers naturels).

Le jeu se joue à 3 (2 joueurs et 1 maître du jeu).

Le déroulement est le suivant:

- Le maître de jeu choisit au hasard un des dés à l'abri des regards, le lance à plusieurs reprises et annonce, à chaque fois, la couleur de la face obtenue.

- À tout moment, un joueur peut annoncer le dé choisit par le maître du jeu:
    * si la réponse est fausse, il donne 4 € au joueur adverse
    * sinon, le joueur adverse et le maître du jeu lui donne 2 €.

La partie se termine dès qu'un joueur donne sa réponse.
On recherche une stratégie efficace pour gagner.
Puis on généralise à n dès, ou à un dé à k faces.

À travers ce jeu, nous avons établi des formules de probabilités par le calcul et créé des programmes en python pour simuler nos stratégies.

DÉTECTION AUTOMATIQUE DE LANGUE DANS UN TEXTE

__Établissement :__ **Lycée Marguerite de Navarre, Bourges, Orléans-tours**

__Élèves :__ **AGARD Aymeric 2nde, FEVE Maïawella 2nde, GHEMID Nassim 2nde,
FONTAINE Alyson Terminale, SPIQUEL-BANDIN Emilien Terminale**

__Enseignant(s) :__ **M. CRÉCHET Olivier– Mme HERMINIER Nathalie– M. PELLETIER Guillaume**

__Chercheur :__ **M. Nguyen Benjamin – INSA**

Présentation du sujet : Détection automatique de langue dans un texte

Comment déterminer les fréquences d’apparition des lettres dans un texte quelle que soit la langue ? Quels critères choisir avec les fréquences obtenues pour que l’algorithme détermine la langue ? Comment évaluer l’erreur possible dans cette prédiction ? Voir vidéo d’accompagnement.

Résumé du projet :

La fréquence d’apparition de lettres dans un texte dépend de la langue dans laquelle il est écrit en particulier en français et en anglais.
On cherche ici à proposer et implémenter un algorithme qui prend en entrée un texte en Français, Anglais, Allemand ou Espagnol et qui dit dans quelle langue le texte est écrit.
On essaye en parallèle de donner une barre d’erreur sur la prédiction.

DES BERGERS ET DES MOUTONS… CARREMENT ENCERCLES !

Établissement : Lycée Maurice Genevoix, Ingré (Orléans-Tours)
Établissement jumelé (le cas échéant) : /
Élèves : Chloé ACHARD – Emma CARUSO – Manon HANG
Doreen LEPREUX - Alyssa PAUMIER - Louise REY - (2nde GT)
Enseignant(s) : Caroline ROUGERIE – Marie-Agnès BINOIS
Chercheur : Philippe GRILLOT, Institut Denis Poisson, Université d'Orléans

Présentation du sujet :
Règle : Les moutons (les carrés gris), ne peuvent se déplacer qu'horizontalement ou verticalement et ne peuvent pas sauter (…). Les bergers (les croix) peuvent imposer aux moutons la disposition qu'ils souhaitent.

Combien faut-il de bergers représentés par des croix pour garder des moutons avec ces drôles de règles ???

Fig. 1

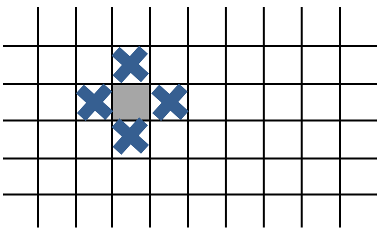


Fig.2

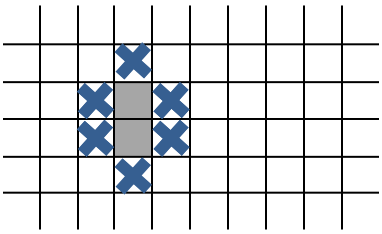
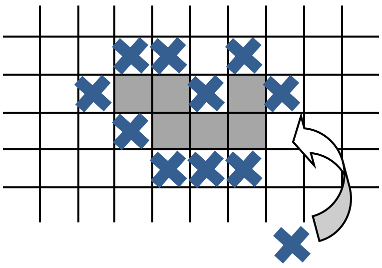


Fig. 3



Sur les figures 1 et 2, les moutons sont bien gardés, il faut par contre rajouter un berger sur la figure 3.

Nos défis : Combien de moutons est-on sûr de pouvoir garder avec 7 bergers ? Avec 2021 bergers ?

Résumé du projet :
Nous avons multiplié les exemples pour tenter de découvrir des propriétés et des formules.
En voici un : Prenons un carré de 9 moutons : disposés en carré, il faut 12 bergers (fig.1).

Si l'on rajoute un mouton à la place du berger entouré et qu'on le place juste en dessous pour empêcher le mouton de s'échapper, alors avec 12 bergers, on peut garder 10 moutons… (fig.2)
Au maximum de l'extension de ce carré, on peut finalement garder 12 moutons (fig.3).

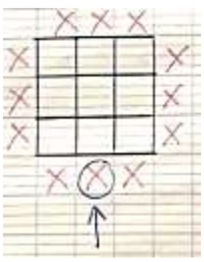


fig. 1

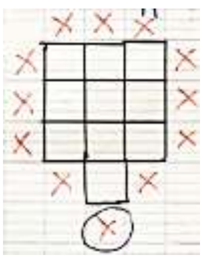


fig. 2

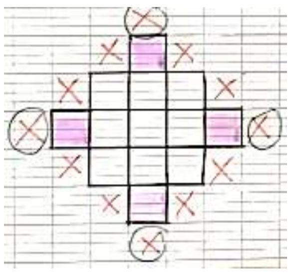


fig. 3

Nos résultats :

- Si, sur un « bord » de notre troupeau, on a un alignement d'au moins 3 moutons, sa disposition n'est pas optimale.
- Nous avons trouvé deux configurations qui semblent optimales : l'une pour un nombre pair de bergers, l'autre pour un nombre impair de bergers.
- Nous cherchons maintenant à nous servir de ces résultats pour étudier deux cas particuliers et savoir combien de moutons, au maximum, peuvent être gardés par 2020 bergers, puis 2021 bergers.

PIERRE, FEUILLE, CISEAUX

<u>Établissement :</u> Lycée Maurice Genevoix, Ingré (Orléans-Tours)
<u>Établissement jumelé (le cas échéant) :</u> /
<u>Élèves :</u> Léa KONIECZNY – Diego CHEREL-CHICOT - Célian FERRON – Eliot HUGOT - Basem NASRI (1ère)
<u>Enseignant(s) :</u> Caroline ROUGERIE – Marie-Agnès BINOIS
<u>Chercheur :</u> Philippe GRILLOT, Institut Denis Poisson, Université d'Orléans

Présentation du sujet

Tout le monde connaît le jeu « Pierre, feuille, ciseaux ». Même si c'est un jeu de hasard, nous avons voulu chercher s'il était possible de trouver des stratégies pour gagner le plus souvent possible.

Résumé du projet :

Rappels des règles : Pierre-Feuille-Ciseaux est un jeu où deux joueurs font simultanément une figure avec leurs mains : une pierre, une feuille ou des ciseaux. La pierre gagne contre les ciseaux, les ciseaux gagnent contre la feuille, la feuille gagne contre la pierre.

Nous avons d'abord étudié quelques situations « imposées ». Le robot adverse a été programmé pour jouer des séquences prédéfinies connues à l'avance (facile !), il joue au hasard l'une des trois figures, de manière équiprobable, etc.

Nous avons représenté certaines situations à l'aide d'arbres de probabilité.

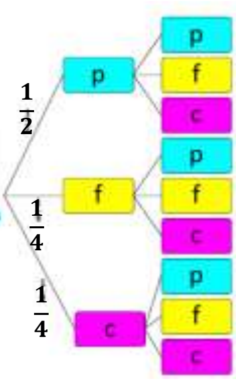


Illustration : Si le robot adverse a une figure « préférée », mieux vaut jouer systématiquement la figure qui gagne contre celle-ci pour gagner plus souvent.

Nous avons simulé un grand nombre de parties grâce à des programmes en Python pour faire des statistiques.

On a ensuite imaginé que notre adversaire robot s'adapte au résultat de la manche précédente :

- S'il a gagné la manche précédente, il rejoue la même figure.
- S'il a perdu la manche précédente, il joue au hasard l'une des deux figures qu'il n'a pas jouées, de manière équiprobable.
- S'il a fait match nul lors de la manche précédente, il joue au hasard l'une des trois figures de manière équiprobable.

Nos résultats : Pour l'instant, nous avons surtout plusieurs programmes à vous faire découvrir… Nous savons aussi comment jouer pour avoir le plus possible de chances de gagner lorsque le robot adverse joue avec un schéma « connu ».

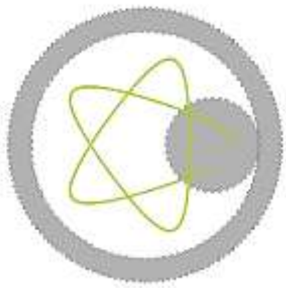
Perspectives : Nous cherchons maintenant à programmer notre robot pour qu'il « mémorise » les parties déjà faites et qu'on puisse adapter nos coups en fonction de cet historique.

ÇA ROULE ??? HISTOIRES DE SPIROGRAPHES

Établissement : Lycée Maurice Genevoix, Ingré (Orléans-Tours)
Établissement jumelé (le cas échéant) : /
Élèves : Paulo OLIVEIRA ALMEIDA ; Ruben PEREIRA-RIBEIRO ; Gabin ROCQUET (2nde GT)
Enseignant(s) : Caroline ROUGERIE – Marie-Agnès BINOIS
Chercheur : Philippe GRILLOT, Institut Denis Poisson, Université d'Orléans

Présentation du sujet

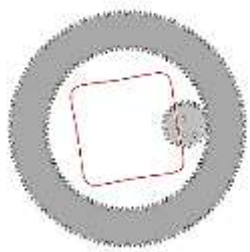
Le principe du spirographe est le suivant : Un disque roule sans glissement sur le bord intérieur d'un cercle strictement plus grand. En faisant passer la mine d'un crayon par un trou du petit disque, on obtient de magnifiques et intrigants dessins !
Est-ce que le petit disque revient toujours à sa position initiale ?
Est-ce toujours le cas ? Combien de tours lui faut-il ?
Est-ce qu'on peut prévoir à l'avance la forme du dessin que l'on va obtenir ?



Résumé du projet :

1ère étape : Des dessins et des observations dans des situations spécifiques.

Exemple :
r = rayon petit disque = 3 ; R = rayon grand disque = 12
Le petit disque de 3 cm de rayon doit faire 4 tours pour retourner à sa position initiale car :
$\frac{12}{3} = 4$ et 4 est un nombre entier.



Conjecture : Quand les rayons sont des nombres entiers, le petit disque revient toujours à sa position initiale.

2ème étape : Nous avons démontré que cette conjecture est vraie et nous cherchons à élaborer un programme qui permette de trouver le nombre de tours que fait chacun des deux disques avant le retour à la position de départ.

3ème étape : Qu'est-ce que ça nous permet de dire pour les dessins ?
À chaque couple de rayons testés, nous avons cherché à réaliser la figure correspondante grâce à des programmes en ligne.
Nous avons ainsi commencé à faire quelques observations, qu'il nous faut encore affiner pour pouvoir déterminer les rayons des disques du spirographe, la position du crayon ou le nombre de tours nécessaires pour retourner à la position initiale.

BESTIAIRE DES FONCTIONS POLYNÔMES

Établissement : LEGT Le Likès – La Salle, Quimper, Académie de Rennes
Établissement jumelé (le cas échéant) : Néant
Élèves : HELIES Victor, LE BEC Louis, GUENNOU Evan, niveau terminale
Enseignant(s) : Yann COGAN, mathématiques
Chercheur : Néant

Présentation du sujet

Aperçu du bestiaire des fonctions polynômes des premiers degrés et premiers nombres de variables

Résumé du projet

Il s'agit de considérer les fonctions polynôme de degré 0, 1 et 2, à une, deux voire trois variables au regard :

- De leur représentation graphique,
- De leur ensemble de racines (ensemble solution de l'équation f(x)=0).

Après on peut s'intéresser à quelques degrés et nombres de variables supérieures.
On y retrouvera les fonctions constantes, linéaires, affines, trinômes, les résolutions d'équations de degré 2, les équations de plan, les droites du plan comme racines de fonctions polynômes de degré 1 à trois variables, les paraboles, hyperboles et cercles comme racines de fonctions polynôme de degré 2 à trois variables…
L'idée que toute représentation graphique d'un polynôme peut être vue comme les racines d'un polynôme de même degré ayant une variable de plus.
Ce travail permettra d'éclairer les autres thème en situant les fonctions polynômes rencontrées dans cette grande famille.

RECHERCHE D'UNE SOLUTION À UNE ÉQUATION

Établissement : LEGT Le Likès – La Salle, Quimper, Académie de Rennes
Établissement jumelé (le cas échéant) : Néant
Élèves : Tristan RIVOAL, Damien BATTAIS, Yannael MARTENS, Baptiste CASTEL, niveau terminale
Enseignant(s) : Yann COGAN, mathématiques
Chercheur : Néant

Présentation du sujet

Recherche d'une solution parmi les nombres entiers naturels de l'équation :

$$\frac{x}{y+z}+\frac{y}{x+z}+\frac{z}{x+y}=4$$

Résumé du projet

Il ne vient pas solution simple à l'issue d'une recherche élémentaire.
Des transformations astucieuses de l'équation permettent de lui donner de nouveaux aspects, mais aucun de ces aspects ne nous met sur une piste.
Un logiciel est utilisé pour tester toutes les valeurs jusqu'à un nombre important, sans plus de succès.
La conjecture que cette équation n'admet pas de solution commence à poindre.
Ne souhaitant pas nous présenter bredouilles au congrès, nous élargissons les valeurs possibles des inconnues aux entiers relatifs, et aux réels : une pléthore de solutions apparaît (mais un élément au moins du triplet est toujours soit négatif, soit rationnel, soit irrationnel).
N'étant pas toujours amis avec les fractions, vient l'idée de multiplier chaque membre de l'égalité par le produit des trois dénominateurs. On sait que l'on obtient une équation équivalente (ayant le même ensemble solution), à condition que les nombres multiplicateurs soient non nuls. En réfléchissant à cette question on se rend compte que l'on a introduit des triplets solutions qui étaient exclus de l'équation initiale. Ce n'est pas trop grave, l'important c'est de le savoir. Le problème se ramène considérer les racines d'un polynôme de degré 3 à trois variables.
On décide de se représenter les choses en associant à chaque triplet solution (x, y, z) le point de l'espace ayant ce triplet pour coordonnées dans un repère.
On se rend compte que si un triplet (x, y, z) est une solution de l'équation alors pour tout réel k non nul, le triplet (kx, ky, kz) l'est aussi. Cela a pour conséquence que l'ensemble des points de l'espace dont les coordonnées vérifient l'équation est la réunion de droites passant par l'origine (privées de l'origine). Et ce que l'on cherche, ce sont des points à coordonnées entières sur ces droites, dans le huitième d'espace des points à coordonnées positives.
Si on impose $z = 1$, c'est comme si on coupait ce faisceau de droites par le plan d'équation $z = 1$.
Le problème se ramène à chercher des points à coordonnées rationnelles sur cette coupe.
Après avoir réalisé un changement de variable linéaire qui simplifie l'équation de cette coupe, on découvre qu'il existe un procédé qui permet d'obtenir des points à coordonnées rationnelles à partir de deux points à coordonnées rationnelle. Or on connait quelques points de cette courbe à coordonnées rationnelles. Ils ne correspondent pas à des solutions acceptables, mais peut-être nous permettront-ils d'obtenir une solution acceptable…

LE LAPIN ET LE CAMION

<u>Établissement</u> : LEGT Le Likès – La Salle, Quimper, Académie de Rennes
<u>Établissement jumelé (le cas échéant)</u> : Néant
<u>Élèves :</u> Robinson HOSTIN, Joachim KERVAREC, Leo BARNABE, Mathieu LE LAY, Mathilde GOARNISSON, niveau terminale
<u>Enseignant(s) :</u> Yann COGAN, mathématiques
<u>Chercheur :</u> Néant

Présentation du sujet

Un lapin veut traverser une route de 4m de large avec un camion qui arrive à 60 km/h et occupe toute la largeur de la route.
Le lapin court à 30 km/h et le camion est à 7 m du lapin.
Le lapin peut-il traverser la route sans être percuté par le camion ?

Résumé du projet

Si le lapin emprunte le plus court chemin pour atteindre l'autre côté de la route, on constate qu'il sera percuté. Vient l'idée que s'il prend une direction qui le fait fuir le camion tout en traversant la route, peut-être sauvera-t-il sa peau. En paramétrant sa direction par l'angle qu'elle fait avec le plus court chemin, on explore la situation.
Dans un souci de vue globale de la situation, on imagine une infinité de lapins partant dans toutes les directions à partir du point de départ : un cercle qui grandit régulièrement. Le camion est vu comme une droite qui avance régulièrement.
On s'intéresse à l'ensemble des points d'impact entre le camion et le lapin. Une simulation nous fait observer une courbe ovale.
Le problème est plan avec le temps qui varie.
Tentons de modéliser l'espace-temps en utilisant la dimension verticale pour le temps.
À quoi correspond alors le cercle qui grandit ? La droite qui avance ? L'impact entre le lapin et le camion ?
Les bords de la route ?

LE THÉORÈME DE PYTHAGORE REVISITÉ

<u>Établissement</u> : LEGT Le Likès – La Salle, Quimper, Académie de Rennes
<u>Établissement jumelé (le cas échéant)</u> : Néant
<u>Élèves :</u> Robinson HOSTIN, Joachim KERVAREC, Leo BARNABE, Mathieu LE LAY, Mathilde GOARNISSON, niveau terminale
<u>Enseignant(s) :</u> Yann COGAN, mathématiques
<u>Chercheur :</u> Néant

Présentation du sujet

Extrait d'une copie d'élève de 4ème :
"Le triangle ABC est rectangle en A.
Or le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des deux autres côtés.
Donc $BC^2 = AB + AC$"
De quel droit le correcteur pourrait-il affirmer que la propriété énoncée par l'élève est fausse ?

Résumé du projet

L'élève ne dit pas que la relation est vraie dans tout triangle rectangle, il dit juste que c'est le cas dans celui de son problème.
Méthode élémentaire : On cherche des triangles rectangles qui vérifient la propriété qu'énonce l'élève, et on en trouve… un !
Méthode artisanale : Si on fixe la longueur d'un des côtés de l'angle droit, le problème n'a plus qu'une inconnue, et nous sommes équipés pour résoudre beaucoup de problèmes avec une seule inconnue…
Recherche d'une méthode industrielle : Chacun sait que dans tout triangle rectangle le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, mais existe-t-il des triangles rectangles tels que la somme des deux côtés de l'angle droit soit égale à la somme de leurs carrés.
On comprend que le problème géométrique se ramène à un problème algébrique : trouver les couples de nombres dont la somme est égale à la somme de leurs carrés.
On est amené à rechercher les racines d'un polynôme de degré 2 à 2 variables.

COUPLES DE NOMBRES DONT LA SOMME EST ÉGALE AU PRODUIT

Établissement : LEGT Le Likès – La Salle, Quimper, Académie de Rennes
Établissement jumelé (le cas échéant) : Néant
Élèves : Pierre-Erlé QUÉMÉRÉ—COQUIL, Romain PÉRON, Thomas AMET, Achille FRAIGNAC, niveau terminale
Enseignant(s) : Yann COGAN, mathématiques
Chercheur : Néant

Présentation du sujet

On remarque que $3 \times 1{,}5 = 3 + 1{,}5$.
On s'intéresse aux couples (ou paires) de nombres dont la somme est égale au produit.

Résumé du projet

On s'attaque aux questions suivantes :

1. Existe-t-il d'autres paires de nombres ayant la même propriété ?
2. Trouver toutes les paires de nombres égaux vérifiant la propriété.
3. Est-il possible que l'un des nombres soit nul et pas l'autre ?
4. Est-il possible que les deux nombres soient négatifs ?
5. Est-il possible que l'un des nombres soit égal à 1 ?
6. Est-il possible que la somme et le produit fassent 1 ?
7. Est-il possible que la somme et le produit soit dans l'intervalle]0 ; 1[?
8. Est-il possible que l'un des nombres de la paire soit négatif ?
9. Trouver tous les couples d'entiers solution.
10. Donner les valeurs possibles de la somme (et du produit).
11. Chercher des paires de nombres dont la différence est égale à 1.

On est amené à s'intéresser aux racines d'un polynôme de degré 2 à 2 variables.

FILLE OU GARÇON ?

Établissement : **LEGT Le Likès – La Salle, Quimper, Académie de Rennes**
Établissement jumelé (le cas échéant) : **Néant**
Élèves : **Pierre-Erlé QUÉMÉRÉ—COQUIL, Romain PÉRON, Thomas AMET, Achille FRAIGNAC, niveau terminale**
Enseignant(s) : **Yann COGAN, mathématiques**
Chercheur : **Néant**

Présentation du sujet

Résoudre le problème de la population chinoise au regard du genre.

Résumé du projet

Recherche d'une réponse à la question : En Chine, si tous les couples font des enfants jusqu'à obtenir un garçon, cela conduit-il à avoir plus de garçons ou plus de filles dans le pays ?
Une voie statistique a été explorée par la programmation et permet de faire une conjecture sur le résultat.
La notion d'espérance mathématique nous permet d'exprimer la limite le nombre moyen de filles par famille quand le nombre de familles tend vers l'infini, et avec 1,4 milliards d'habitants, on ne doit pas être très loin de l'infini.
Cette expression est la limite d'une somme simple à exprimer mais pas simple à calculer.
En réorganisant les termes tous positifs de cette somme on fait apparaître les termes de suites géométriques convergentes.