Cet article est rédigé par des élèves. Il peut comporter des oublis et imperfections, autant que possible signalés par nos relecteurs dans les notes d'édition.

LE UNO SOLITAIRE

Année 2015 - 2016

Elèves : Aymeric DUFLOT T°S, Clément GUILBAUD T°S, Jasmine THRIERR T°S, Cyril MOTYKA T°S, Hector PAYEN 1eS, Eddie GERBAIS-NIEF 1eS, Matis DUGROS 1eS, Timéo DUGROS 3e, Alexandre PASTOURET 3e , Adrien ESCOUBET 3e , Hugo DECOMBE 3e

Enseignante : Armelle de TEYSSIÈRE

Etablissement : Notre-Dame Bordeaux (33)

Chercheur : Paul DORBEC, université de Bordeaux, LABRI

Le jeu du UNO est un jeu de cartes qui se joue à plusieurs : chaque carte est définie par un chiffre et une couleur, le but du jeu est de poser toutes les cartes de sa main avant son adversaire. On peut poser une carte sur une autre si elles ont la même couleur ou le même numéro. Les cartes spéciales présentes dans le jeu du UNO seront ignorées dans notre étude.

La variante de ce jeu pour notre problème est de jouer tout seul, et donc le but est de pouvoir poser toutes les cartes d'un échantillon en une seule fois.

Le jeu présente 4 couleurs, et 10 chiffres allant de 0 à 9. Chaque carte (sauf le 0) étant présente deux fois dans le jeu, il y a donc 76 cartes. Cependant nous ajouterons plus de couleurs au fil de notre étude.

Le but de notre étude est le suivant :

Pour optimiser notre façon de jouer, peut-on décrire les conditions permettant de poser toutes les cartes ? À partir d'un échantillon donné, pouvons-nous savoir rapidement s'il est possible de poser toutes les cartes ?

Dans une première partie, nous présenterons le vocabulaire spécifique et les définitions établies.
Dans une deuxième partie, nous énumérerons et étudierons les « petits » cas (échantillon de 2 à 4 cartes).

Puis, nous décrirons des situations où empiler toutes les cartes est impossible. Ceci nous conduira à énoncer les conditions nécessaires qu'un échantillon de cartes doit remplir pour permettre l'empilement de toutes ses cartes.

Ensuite, nous verrons si les conditions listées ci-dessus suffisent pour être sûr d'empiler toutes les cartes d'un échantillon quel que soit le nombre de couleurs. Nous verrons que ces conditions ne suffisent plus dès lors qu'il y a au moins 4 couleurs dans l'échantillon.

Enfin, nous présenterons un algorithme qui résout un échantillon donné.

I – Vocabulaire et définitions :

- une liaison : une liaison représente la possibilité de mettre une carte sur une autre.

  Par exemple il y a une liaison « chiffre » entre un **4 bleu** et un **4 vert.**

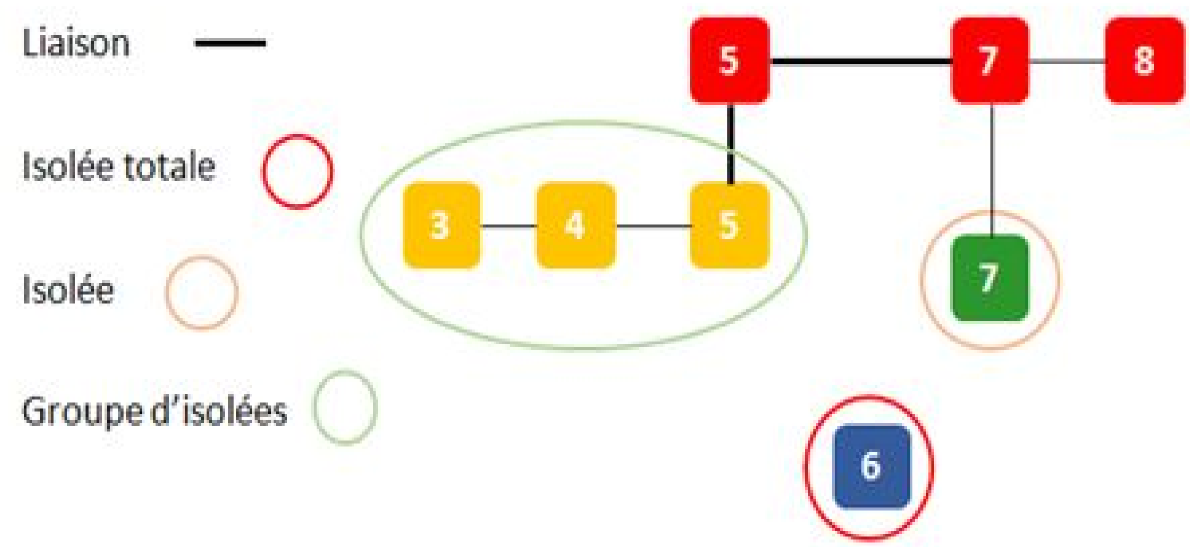
  Tout comme il existe une liaison « couleur » entre un **5 jaune** et un **6 jaune** (1).

- une isolée : une carte isolée est une carte possédant une seule liaison, soit dans sa couleur, soit dans son chiffre.

- Une isolée totale : une carte isolée totalement est une carte qui ne possède aucune liaison, ni dans son chiffre, ni dans sa couleur.

- Un groupe d'isolées : il s'agit d'un groupe de cartes qui possède une seule carte ayant une liaison avec le reste de l'échantillon (2).

Le schéma ci-dessous donne des exemples :

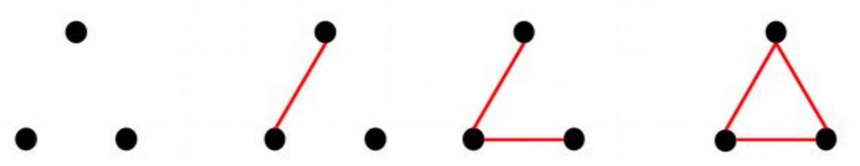


<u>II – Les petits cas :</u>

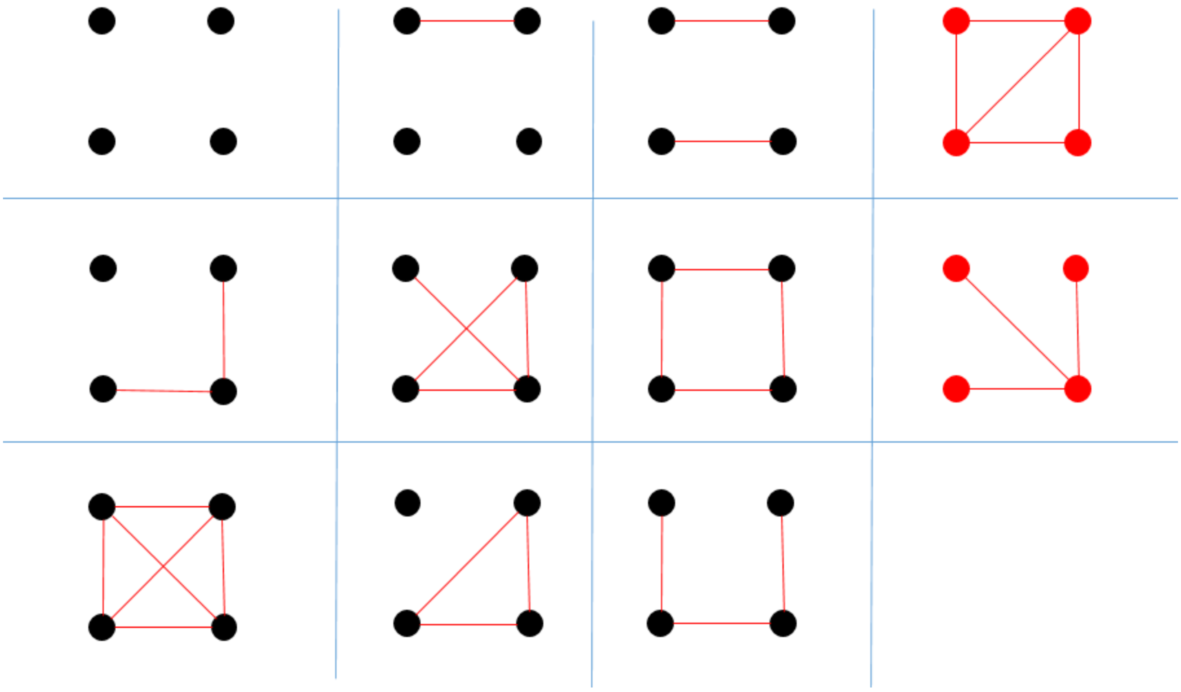
Étudions les cas avec 2, 3 ou 4 cartes.

Avec 2 cartes, il y a 2 organisations possibles.

Maintenant avec 3 cartes, il y a 4 organisations possibles.



Et enfin, avec 4 cartes, il y a 11 organisations différentes ; mais 2 d'entre elles (en rouge) sont impossibles à réaliser (3).



Toutes les configurations sans isolées totales et réalisables (donc, sauf les rouges) présentées ci-dessus sont empilables.

Mais qu'est-ce qu'une organisation impossible ?

Une organisation est impossible à réaliser s'il n'est pas possible de trouver un échantillon de cartes reliées entre elles selon ce schéma.

Exemple d'organisation impossible :

On repère les liaisons :

- 8 jaune / 8 rouge (1°liaison)

- 8 rouge / 7 rouge (2°liaison)

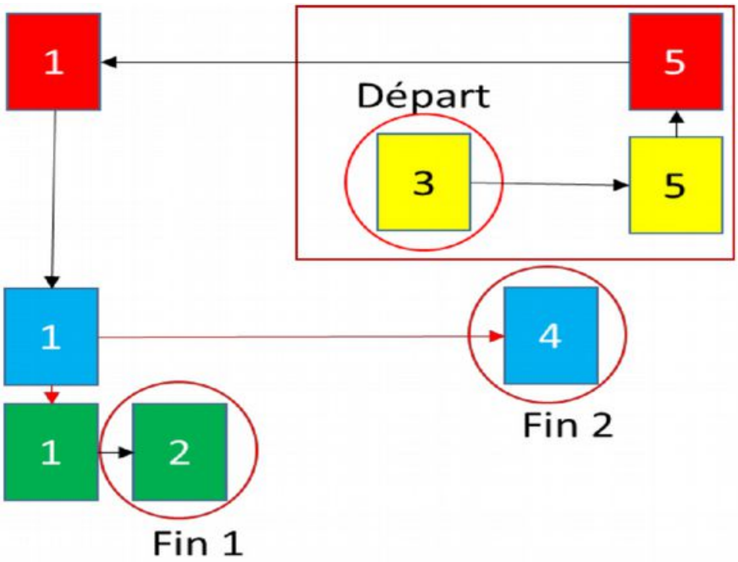
- remarquons à ce stade que la deuxième liaison ne peut être une liaison chiffre car sinon on obtiendrait une configuration en triangle.

- 8 rouge / 9 rouge (3°liaison)

Jusqu'à maintenant, on retrouve l'organisation voulue mais on s'aperçoit qu'il y a aussi une liaison entre le 7 rouge et le 9 rouge, ce qui rend l'organisation voulue impossible à mettre en place (4).

III – Les cas où l'empilement est impossible :

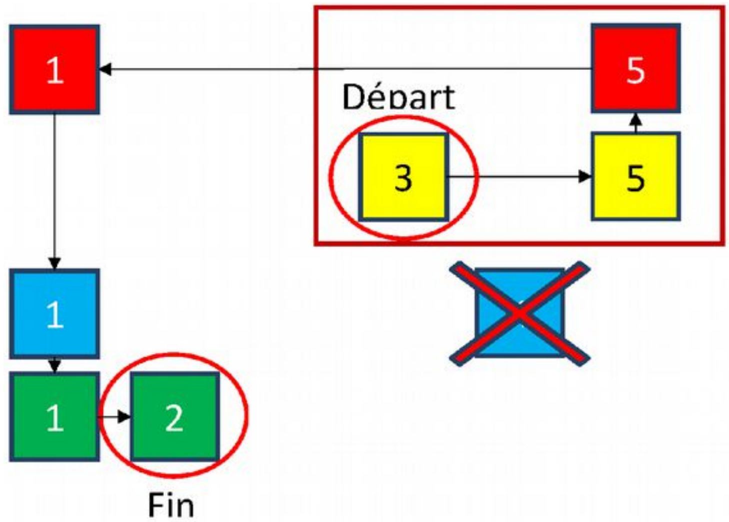
Cas impossible



L'empilement total est impossible car il y a trois isolées (entourées en rouges)

Nous pouvons y voir un exemple de groupe d'isolés encadré en rouge.

Cas possible



Ici, nous avons supprimé une isolée, le jeu est donc rendu empilable, en commençant par le trois jaune.

3 conditions apparaissent nécessaires pour déterminer s'il est possible d'empiler un échantillon en une seule fois.

- Un échantillon de n cartes est empilable s'il y a au moins n-1 liaisons entre les cartes.
- Un échantillon n'est pas empilable lorsqu'il y a une ou plusieurs isolées totales (5).
- Lorsqu'il y a une carte isolée dans un échantillon, nous sommes obligés de commencer ou de finir l'empilement par cette carte, puisque, avec une seule liaison, elle ne peut pas servir de transition entre plusieurs cartes. Un échantillon n'est donc pas empilable s'il y a plus de 2 isolées ou deux groupes d'isolées.

Remarquons que la condition « il n'y a pas (de groupe) d'isolée(s) totale(s) » suffit à assurer la condition « au moins n-1 liaisons entre les cartes ».

IV – les conditions nécessaires sont-elles suffisantes ?

Pour une couleur :

Si on a un échantillon de N cartes de la même couleur, on peut bien sûr empiler toutes les cartes.

De plus, le nombre de façons d'empiler est égal à N ! = N x (N-1) x (N-2) … x 2 x 1 (6).

Ainsi, pour 5 cartes, on a : 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 120 façons d'empiler

Pour 2 couleurs : Les conditions nécessaires suffisent pour étudier un échantillon.

S'il y a une liaison chiffre, on peut empiler toutes les cartes de l'échantillon.

S'il y n'y a pas de liaison chiffre, on ne peut pas empiler toutes les cartes puisqu'il y a alors deux groupes d'isolées.

Pour 3 couleurs :

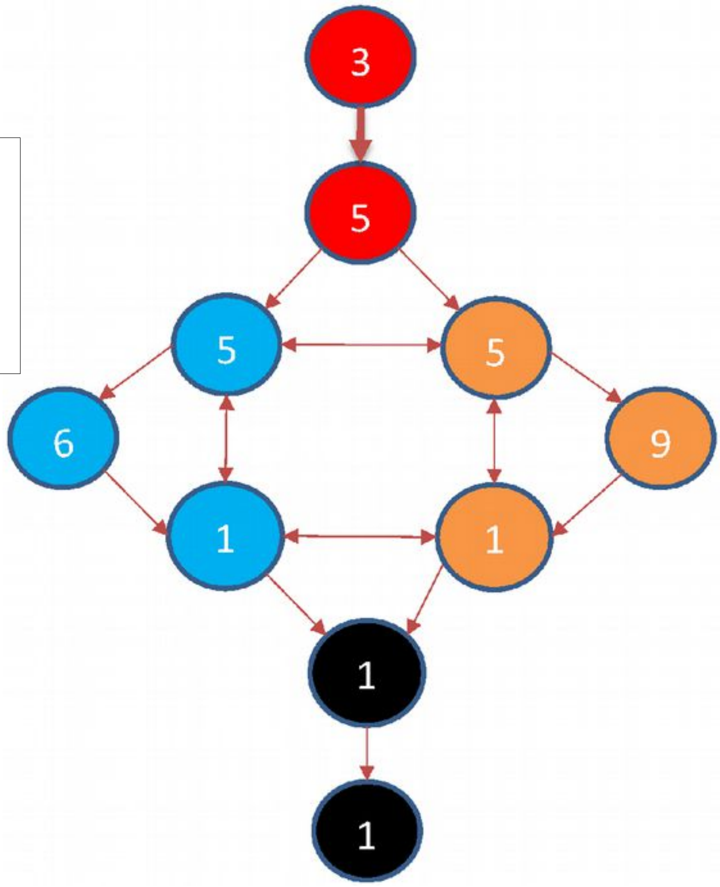
Nous avons de bonnes raisons de penser que les conditions sont suffisantes mais nous n'avons pas eu le temps de le prouver. Nous nous serions appuyés sur la liste des « petits cas » avec 3 cartes ci-dessus, en considérant qu'un point ne représentait plus une carte unique mais un groupe de cartes de même couleur.

Pour 4 couleurs

Les 3 conditions ne suffisent pas, le cas Magicarpe en est un exemple.

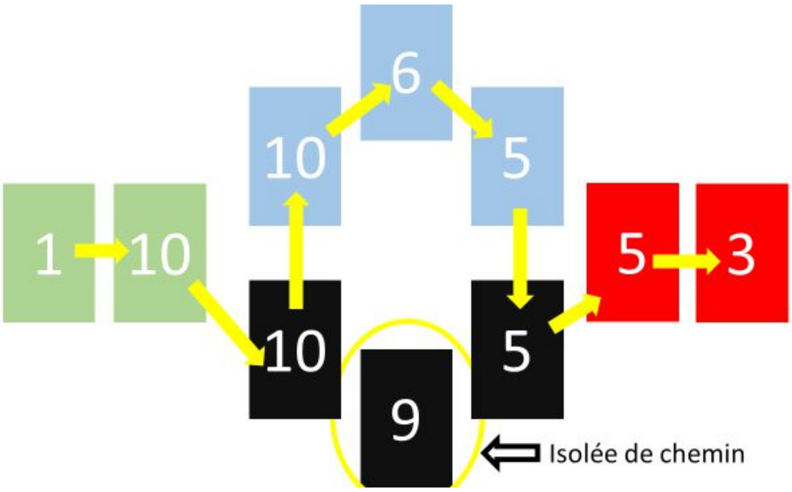
Le cas Magicarpe respecte les trois conditions

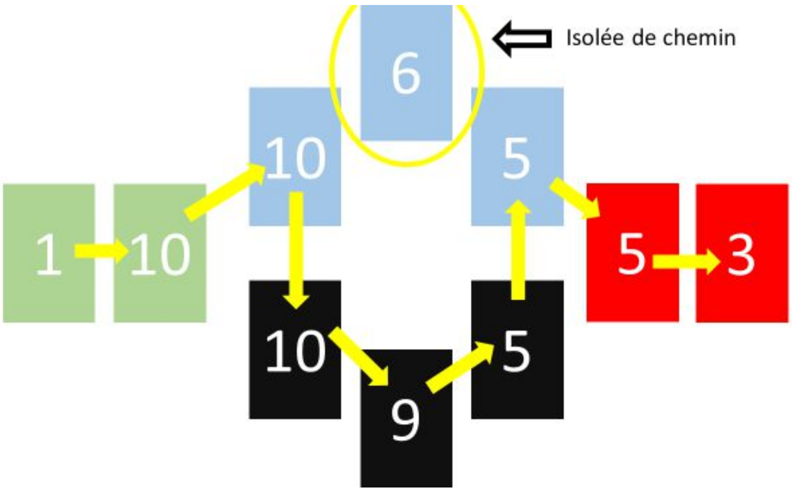
Nombre de cartes : 10
Nombre de liaisons : 14 (>10-1=9)
Nombre d'isolées totales : 0
Nombre d'isolées : 2

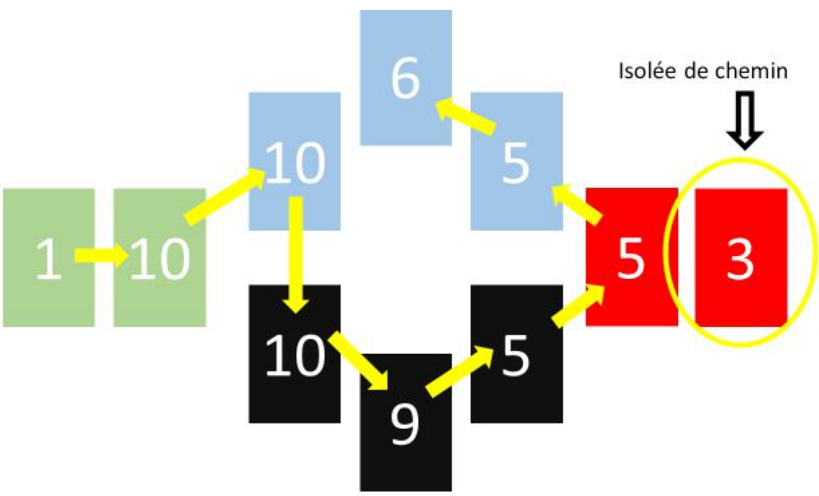


Mais on ne peut empiler que 9 cartes sur 10 dans le cas Magicarpe. Quelle que soit la façon dont on réalise l'empilement, il y a toujours une carte mise de côté appelée isolée de chemin.

Les trois schémas suivants illustrent les possibilités d'empilage.

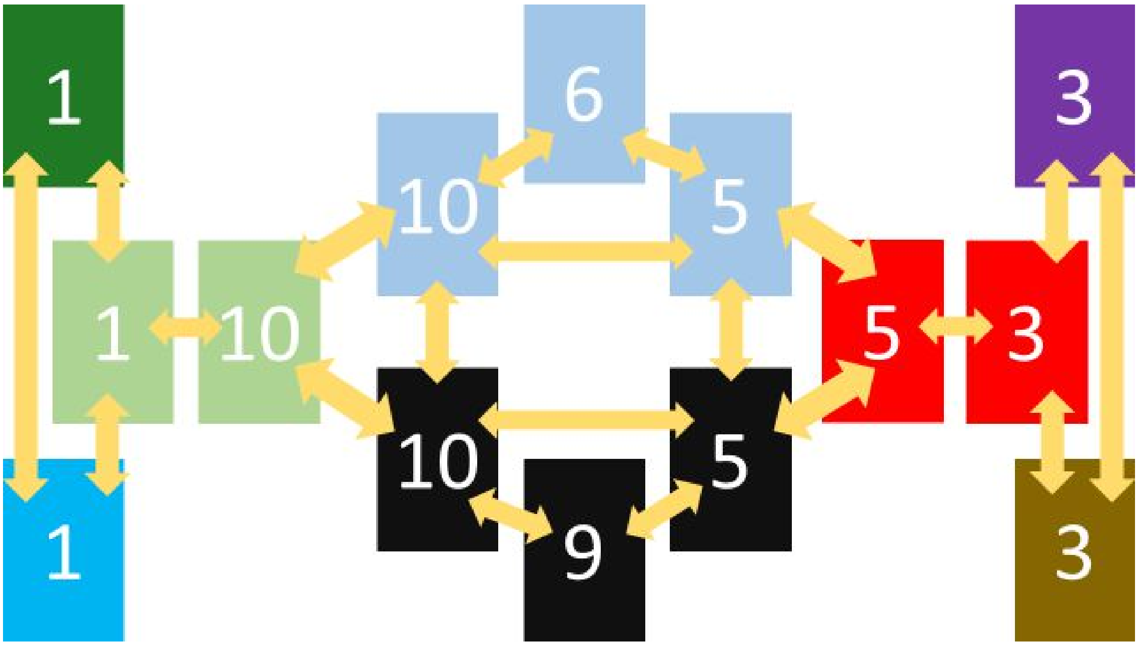






<u>Plus de 5 couleurs :</u>

Le cas Magicarpe peut être généralisé avec plus de couleurs comme le montre le schéma ci-après, ce qui permet d'affirmer que les 3 conditions nécessaires ne sont pas suffisantes pour affirmer qu'un jeu est empilable s'il y a 4 couleurs ou plus.



V – Le programme :

Nous avons programmé en « C » un algorithme permettant de trouver (si possible) la solution à un échantillon donné.

Pour un échantillon donné, on rentre les cartes en indiquant une couleur et un chiffre. L'algorithme teste tous les empilements possibles. S'il en trouve un qui permet d'empiler la totalité des cartes, il s'arrête et donne l'empilement correspondant.

Extrait du programme, fonction : trouver_chemin() (7)

```
bool trouver_chemin(struct jeu* jeuCarte)
{
    generer(jeuCarte);
    int enfant = nombre_sorties(jeuCarte);
    if (score(jeuCarte)) return true;
    int conteur;
    for (conteur = 0; conteur < enfant; conteur++)
    {
        jeuCarte->chemin[niveau] = conteur;
        niveau ++;
        if (trouver_chemin(jeuCarte))
        {
            return true;
        }
        niveau --;
    }
    return false
```

Notes d’édition

(1) On représente ainsi l'échantillon de cartes par un *graphe* dont les sommets sont les cartes et les liaisons les arêtes, et le problème consiste à trouver un chemin dans le graphe qui passe une fois et une seule par chaque sommet.

(2) On parlera aussi de groupe totalement isolé pour un groupe qui n'est pas tout l'échantillon mais qui n'a aucune liaison avec les cartes hors du groupe.

(3) En fait la configuration en haut à droite (le carré avec une diagonale) est réalisable si on a deux cartes identiques : on place celles-ci aux extrémités de la diagonales avec liaison, une troisième carte est liée au deux par une « liaison chiffre » et la quatrième par une liaison « liaison couleur » (par exemple deux 8 rouges, un 8 bleu et un 3 rouge).

(4) On aurait pu faire d'autres choix des cartes pour cette configuration, mais quels que soient ces choix au moins deux des trois liaisons sont du même type (couleur ou chiffre) et les trois cartes extrémités de ces deux liaisons auront une liaison supplémentaire.

(5) ou lorsqu'il y a des groupes totalement isolés.

(6) il y a N! façons d'empiler les cartes car cela correspond au nombre de façons de les ordonner. Il y a N choix possibles pour la première carte, N-1 pour la deuxième, etc...

(7) L'éditeur regrette que seul un court extrait du programme soit présenté, sans aucune explication sur l'algorithme utilisé ni même sur le rôle des variables.