

Une histoire de pompons colorés

2017/2018

Nom, prénom et niveaux des élèves : SAJID Lina, LAHOUCHE Lucie, SADKAOUI Kenza, MALKI Insaf, LARAKI Rania, LAZRAK Salma

Élèves de 5^{ème} et 3^{ème}.

Encadrées par : Mme Noémie RAVELEAU-PICOLET, Mr Yann M'BA

Etablissement : Lycée Français International Louis Massignon

Chercheur : Colette Anné, laboratoire Jean Leray, Nantes

Table des matières:

1. Présentation du sujet
2. Annonces des conjectures et résultats obtenus
3. Texte de l'article:
 - Stratégie 1
 - Stratégie 2
 - Stratégie 3
4. Conclusion

1. Présentation du sujet :

Les professeurs d'une classe de neige ont proposé un jeu à leurs élèves :

- Ces élèves sont réunis en cercle et les professeurs déposent un pompon soit jaune soit vert sur leur tête. Ils peuvent voir la couleur du pompon de leurs camarades, mais pas la leur.
- Chacun à leur tour, ils doivent deviner la couleur de leur pompon : ils peuvent dire soit jaune soit vert. (rien d'autre)
- Une fois le jeu fini, les professeurs comptent le nombre d'élèves ayant donné une bonne réponse ; ce nombre représentera le nombre de boules de neige que chaque élève lancera sur les professeurs une fois le séjour fini.
- Les élèves pourront se réunir la veille pour mettre en place une stratégie pour être sûr d'avoir un maximum de bonnes réponses.

2. Annonce des conjectures et résultats obtenus:

Nous avons trouvé trois solutions.

La première tend vers 50% de bonnes réponses. La deuxième 75%, et la troisième nous permet d'avoir toutes les réponses justes, moins une personne, donc proche de 100%.

3. Texte de l'article :

Stratégie 1 :

Chaque élève dit une couleur au hasard.

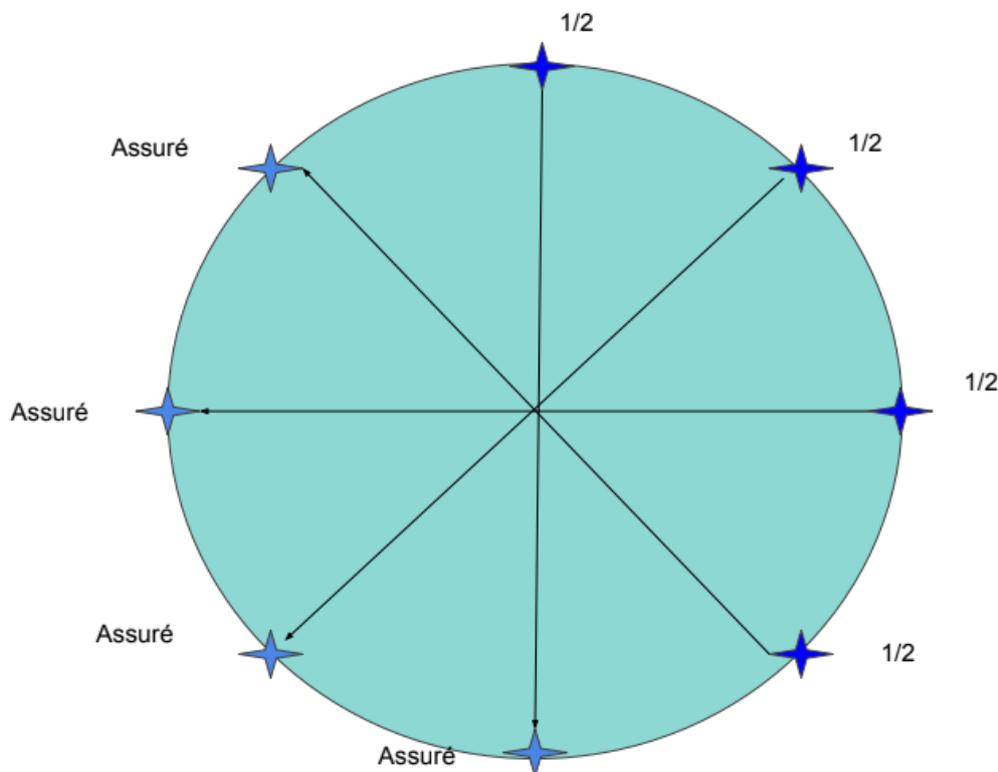
Ainsi il a une chance sur deux de donner la bonne réponse.

Stratégie 2:

Les élèves sont placés en cercle. Dans ce cercle, les élèves de la première moitié annoncent chacun leur tour, la couleur du pompon de leur camarade qui est en face. [1]

Ainsi, la moitié des élèves est assurée d'avoir la bonne réponse: donc 50% de bonnes réponses. Quant aux élèves de la première moitié, ils ont une chance sur deux d'avoir la bonne réponse.

Stratégie 2:



Stratégie 3:

Préambule :

On obtient un nombre pair en faisant la somme de:

deux nombres pairs

OU

deux nombres impairs

Puisque: $x*2+y*2=2(x+y)$

Puisque: $2n+1+2a+1=2(1+n+a)$

On obtient un nombre impair en faisant la somme de:

un nombre impair et d'un nombre pair

Puisque: $2n+1+y*2=2(n+y)+1$

Suite : dans les deux cas suivants, la couleur du pompon du premier élève n'est jamais prise en compte.

En cas de nombre pair d'élèves:

La première personne indique la « couleur paire ».

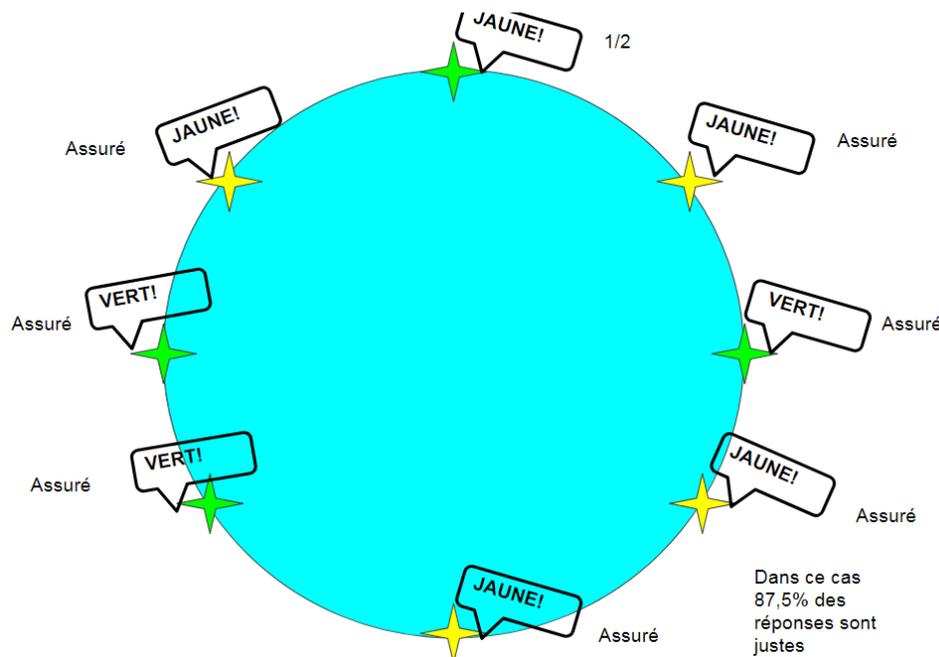
[2]

Explication:

Chaque élève voit un nombre impair de pompons.

Le nombre de pompons Jaunes + le nombre de pompons Verts étant impair on sait que l'un est pair et l'autre est impair.

Ici, le premier élève voit 4 jaunes et 3 verts, il dit « jaune »
car ce sont les pompons jaunes qui sont en nombre pair.



Le second voit 3 pompons jaunes, pour avoir un nombre pair, son pompon doit être jaune !

L'élève suivant voit 4 pompons jaunes : c'est déjà pair, il dit « vert ».

Et ainsi de suite...

En cas de nombre impair d'élèves :

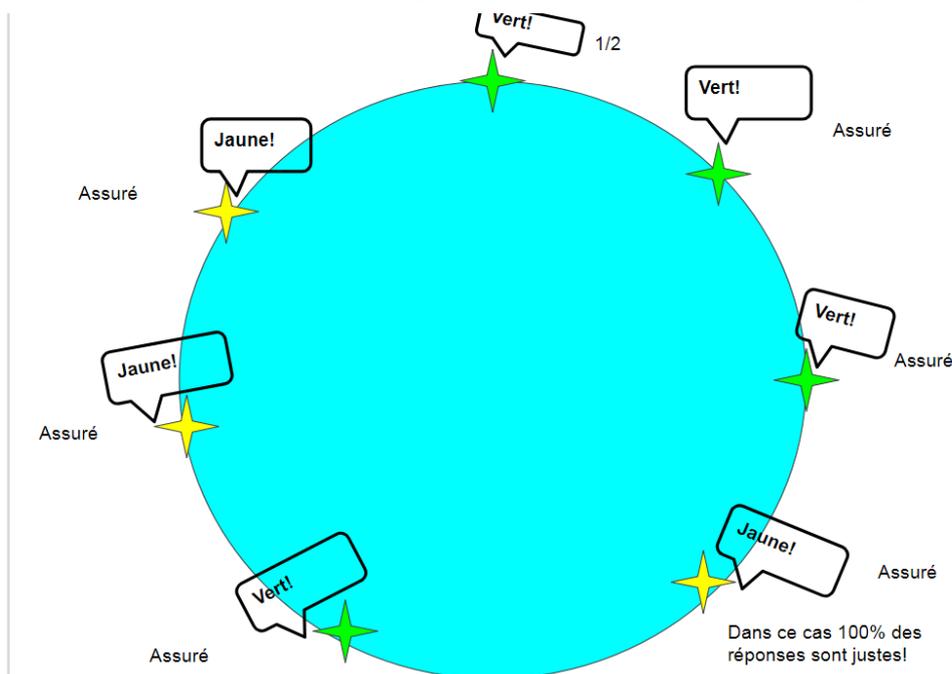
La première personne dit "Jaune" pour pair et "Vert" pour impair. [3]

Explication:

Chaque élève voit un nombre pair de pompons.

Le nombre de pompons Jaunes et le nombre de pompons Vert sont tous les deux pairs ou bien tous les deux impairs.

Ici, le premier élève voit 3 jaunes et 3 verts, il dit « vert » pour indiquer des quantités impaires.



Le second voit 3 pompons jaunes, mais 2 verts : il lui manque un pompon vert pour avoir un nombre impair de pompons verts!

Et ainsi de suite...

Peut-on utiliser ces stratégies avec plus de couleurs?

Stratégie 1:

Cette stratégie fonctionne avec n'importe quel nombre de couleurs. Chaque élève va dire complètement au hasard la couleur qu'il prétend avoir sur sa tête. Ainsi, plus le nombre de couleurs est grand, moins il aura moins de chance d'avoir la bonne réponse :

- 1 sur 3 pour 3 couleurs,
- 1 sur 4 pour 4 couleurs, ...

Stratégie 2:

Cette stratégie fonctionne avec n'importe quel nombre de couleurs. Il suffit juste que les élèves de la première partie du cercle annoncent la couleur du pompon de leur camarade d'en face.

Cela ne change donc rien pour la deuxième partie du groupe en revanche pour la première partie, comme dans la stratégie 1, plus le nombre de couleurs est grand plus la probabilité de donner la bonne réponse est petite.

Notes d'édition :

[1] La méthode décrite fonctionne si le nombre d'élèves est pair. Si le nombre d'élèves est impair, il y a un élève qui n'a personne en face de lui. Dans ce cas, celui-ci répond aléatoirement, ce qui fait très légèrement baisser dans ce cas l'efficacité de cette méthode.

[2] Le premier élève voit un nombre pair de pompons d'une couleur et un nombre impair de pompons de l'autre couleur. Il indique aux autres quelle couleur il voit un nombre pair de fois. Cette information permet à chacun des autres élèves de connaître avec certitude la couleur de son pompon.

[3] Les nombres de pompons jaunes et verts vus par le premier élève sont soit tous les deux pairs, soit tous les deux impairs. Par un code convenu avec les autres, il leur indique si ces nombres sont pairs ou impairs. Encore une fois, cette information permet à chacun des autres élèves de connaître avec certitude la couleur de son pompon.