Une crêpe très fragile…

Année 2016-2017

Auteurs :

Adrien JIMENEZ (Terminale S spé maths lycée Carnot)
Samuel PREVOST (Première S lycée Carnot)
Julien ZWICKY (Terminale S spé maths lycée Carnot)
Ariane MARTIN (Supméca)

Établissement :

Lycée Carnot (Paris)

Professeur :

Philippe PAUL

Chercheur :

Amic FROUVELLE (Université Paris-Dauphine)

Présentation du sujet :

Nous avons une crêpe ayant deux côtés : un cuit en-dessous et un non cuit au-dessus. Nous souhaitons retourner cette crêpe de telle façon que le côté cuit se retrouve au-dessus et le côté non cuit au-dessous. Cependant, nous ne pouvons retourner qu'une seule portion de cette crêpe, puis celle adjacente, etc (la taille de la portion restant toujours la même), et non la crêpe entière d'un coup. Une portion est un secteur angulaire de la crêpe défini par un angle α. Le but de nos recherches a été de savoir pour quels angles α on arrive à retourner totalement la crêpe (on dira alors que « l'angle marche »), et pour quels autres on retombe sur une crêpe ayant de nouveau la face cuite en-dessous et la face non cuite au-dessus comme au départ (on dira que « l'angle ne marche pas »). Nous avons également montré que quelque soit l'angle choisi, on aboutira toujours à l'une de ces deux possibilités au bout d'un nombre fini de coups : il n'y a aucun cas où l'on se retrouve à couper la crêpe indéfiniment sans jamais se retrouver avec une crêpe à l'état initial ou une crêpe retournée. Il est important de savoir que ces deux côtés restent tel qu'ils étaient au départ tout le long de notre sujet (c'est-à-dire que lorsque l'on retourne une portion de la crêpe, le côté non cuit ne se met pas à cuire).

Sommaire

I) Introduction **page 2**
- *a. Définitions et notations*
- *b. Retournement*
- *c. Exemples*

II) Premiers Résultats **page 4**
- *a. Si l'angle α est un diviseur de 360°*
- *b. Si l'angle α est compris entre 180° et 360°*
- *c. Autres résultats et observations*

III) Théorèmes complémentaires et conjecture **page 5**
- *a. Nombre de coups*
- *b. Nombre de parts finales et leurs tailles*
- *c. Ordre des parts*

IV) Conclusion **page 11**

I) Introduction

a. Définitions et notations :

Portion : On appelle «portion » un secteur angulaire de la crêpe défini par un angle α constant lorsque l'on travaille sur une même crêpe.
Part : On appelle « part » un secteur angulaire de la crêpe défini de sorte qu'il ne sera jamais coupé lors du retournement.
Coup : Le nombre de coups correspondra au nombre de retournements de portion qui aura eu lieu.

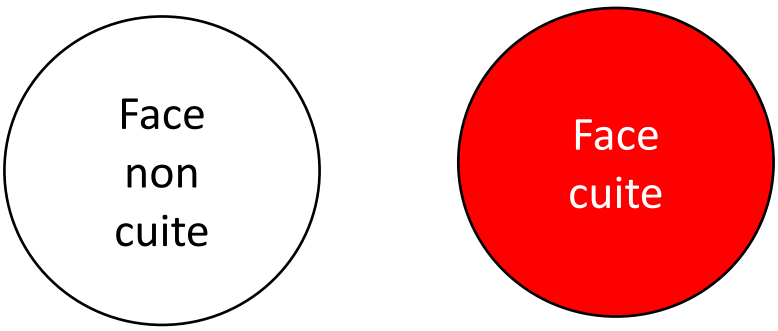


Schéma 1 : Crêpe vue de haut

b. Retournement (1) :

Le retournement de la portion d'une crêpe est un retournement au sens physique du terme qui s'effectue comme sur le schéma ci-dessous :

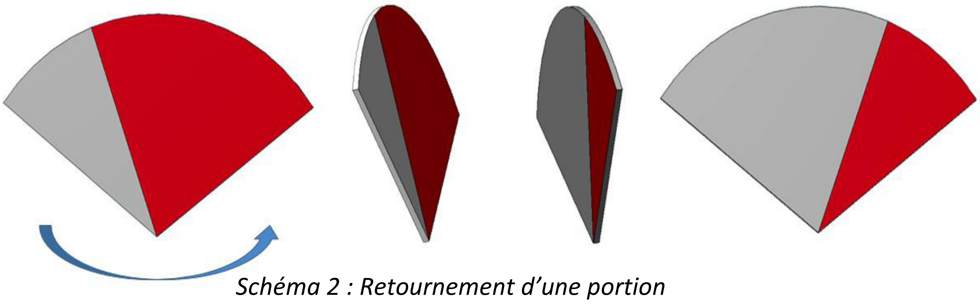


Schéma 2 : Retournement d'une portion

c. Exemples :

-Si on prend un angle α de 90°, on obtient la situation ci-dessous :

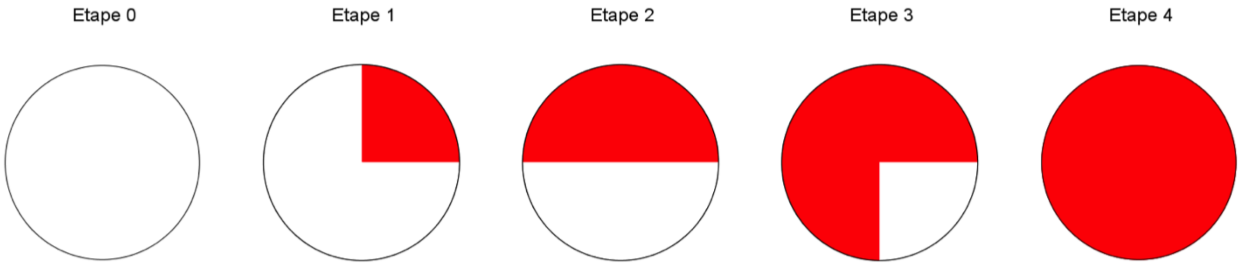


Schéma 3 : Retournement par portion de 90°

On voit ici que la crêpe se retrouve avec la face cuite au-dessus et la face non cuite en-dessous au bout de 4 coups. Donc l'angle 90° marche
Si on prend un angle de 216° (trois cinquièmes de la crêpe), on obtient une autre situation :

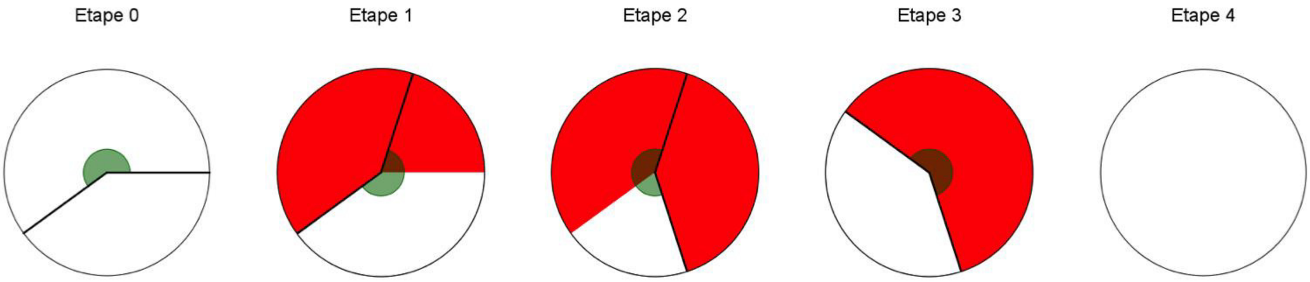


Schéma 4 : Retournement par portion de 216°

Les segments noirs et l'arc de cercle vert délimitent la portion qui sera retournée au coup d'après. Entre l'étape 1 et l'étape 2 nous retournons une portion dont un tiers est cuit, or lors d'un retournement ce tiers passera de l'autre coté de la portion et deviendra non-cuit comme nous le voyons sur le schéma 2.
Dans ce cas la crêpe revient à son état initial au bout de 4 coups, l'angle 216° ne marche donc pas.

II) Premiers résultats

a. Si l'angle α est un diviseur de 360° :

Pour tout diviseur de 360°, on peut associer une fraction du type $\frac{1}{n}$ avec $n \in \mathbb{N}$ tel que 1 correspond à 360° ; $\frac{1}{2}$ à 180°; etc. Comme on retourne des portions de même taille (l'angle étant constant) et que l'on retourne à chaque fois la portion adjacente à celle d'avant, la totalité du secteur grillé y vaut $\sum_1^k \frac{1}{n}$ soit $y = k\frac{1}{n}$ avec k étant le nombre de coups, donc un entier naturel. Ainsi lorsque $k = n$ on a $y = \frac{n}{n} = 1$, ainsi la crêpe a tout son côté cuit au-dessus (elle est donc totalement retournée) au bout de n coups, quel que soit le diviseur de 360° auquel on associe la fraction $\frac{1}{n}$.

b. Si l'angle α est compris entre 180° et 360° exclus :

Prenons un angle $\alpha = 360 - x$ avec $x \in]0; 360[$, on obtient le modèle suivant :

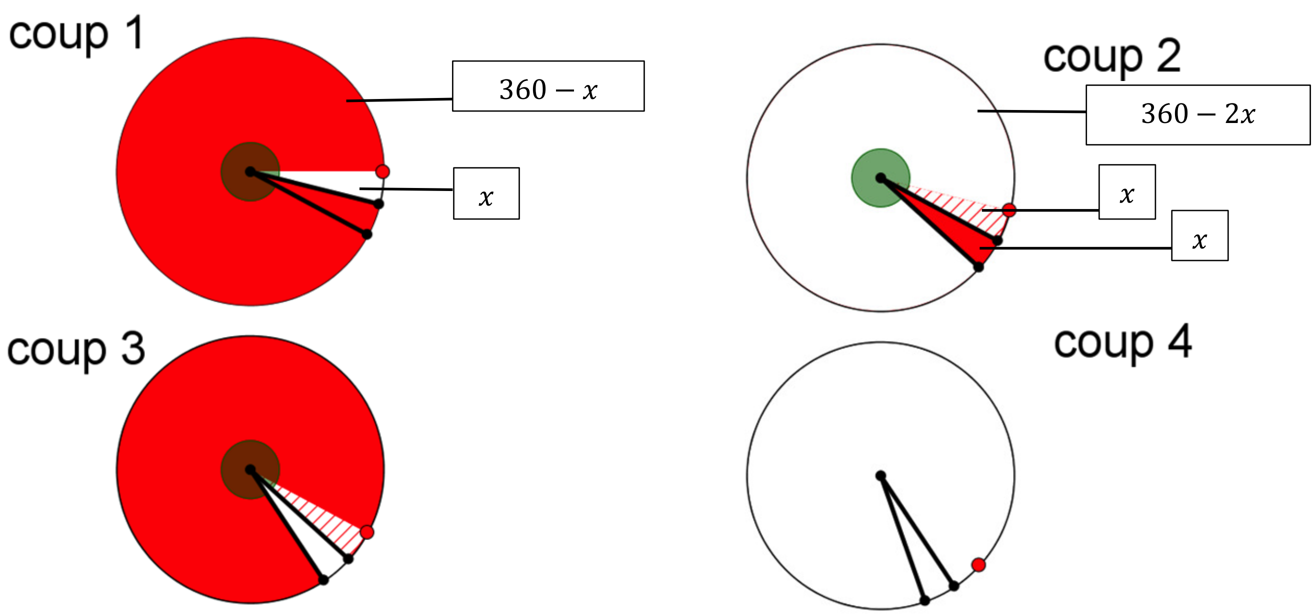


Schéma 5 : Retournement par portion avec un angle entre 180° et 360°

Les secteurs hachurés sont des parts dont la face cuite est au-dessus qui ont été retournés il y a plus d'un coup. Et on rappelle que les segments et l'arc de cercle vert délimitent toujours la portion de crêpe qui sera retournée au coup d'après.

Nous avons donc deux parts qui sont définies par l'angle qui vaut x et l'autre part définie nécessairement par l'angle qui vaut $360 - 2x$. Ce modèle existe si toutes les parts sont définies par des angles compris entre 0° et 360° exclus car $x \in]0; 360[$, ainsi seule la part définie par l'angle valant $360 - 2x$ est susceptible d'être en dehors de l'intervalle.

$$360 - 2x > 0 \leftrightarrow x < 180$$

Or l'angle $\alpha = 360 - x$, donc on a $\alpha \in]180;360[$ (la fraction équivalente est entre $\frac{1}{2}$ et 1), on en déduit donc que tout angle rentrant (supérieur à 180°) ne marche pas, et ce toujours au bout de 4 coups.

c. Autres résultats et observations :

Avec le même type de démonstration nous avions vu que tout angle compris entre 120° et 180° (la fraction équivalente est entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$) ne marche pas et la crêpe revient à sa position initiale au bout de 12 coups. Grâce à l'algorithme proposé en annexe, nous avions également remarqué (sans faire de démonstration) qu'il semblait que tout angle ayant comme fraction équivalente une fraction comprise entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$ ne marche pas et que la crêpe revient à sa position initiale au bout de 24 coups, et que tout angle ayant une fraction équivalente comprise entre $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{4}$ ne marche pas et que la crêpe revient à sa position initiale au bout de 40 coups.
Nous avions déduit deux conjectures à partir de ces résultats :

- Aucun angle autre que les diviseurs de 360° ne marche.
- Si un angle a sa fraction équivalente comprise entre $\frac{1}{n+1}$ et $\frac{1}{n}$, il ne marche pas et la crêpe revient à son état initial au bout de $2n(n+1)$ coups sans jamais avoir été retournée complètement. En effet, comme on l'a vu ci-dessus, quand un angle a sa fraction équivalente comprise entre $\frac{1}{2}$ et 1, il ne marche pas au bout de 4 coups, or $4 = 2 \times 2 \times 1$, de même un angle ayant sa fraction équivalente comprise entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$ ne marche pas au bout de 12 coups, or $12 = 2 \times 3 \times 2$.

III) <u>Théorèmes complémentaires et conjecture</u>

a. Nombre de coups

Nous avons cherché à démontrer le nombre de coups lors d'un retournement de la crêpe avant de revenir au point de départ, donc dans le cas d'un angle ne marchant pas.

<u>Théorème :</u>

Pour un angle dont la fraction équivalente :

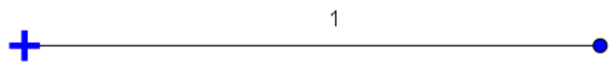
- est de la forme $\frac{1}{n}$, le retournement de la crêpe s'effectue en n coups
- appartient à $\left]\frac{1}{n+1};\frac{1}{n}\right[$, la crêpe revient à sa position initiale en $2n(n+1)$ coups, sans jamais avoir été retournée

Démonstration :

Pour ce faire nous avons changé de modèle, la crêpe est maintenant modélisée sur une ligne de longueur 1, ce qui facilite la représentation graphique les segments rouges représentant les parts cuites et les noirs les parts non cuites, nous appellerons dans la suite $x \in \left]\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n}\right[$ la longueur du segment que nous retournons à chaque coup, qui correspondrait à la longueur de l'arc de cercle du secteur angulaire dans le modèle précédent.

On note aussi la position à partir de laquelle nous coupons la part par une croix et la position des anciennes coupures par un point.

Coup 0 :



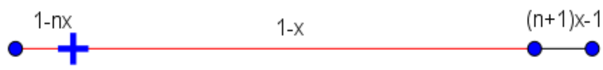
Coup 1 :

Nous pouvons réaliser $n-1$ autres coups de sorte à retourner la plus grande partie de la crêpe possible en laissant une partie non cuite.

Coup n :

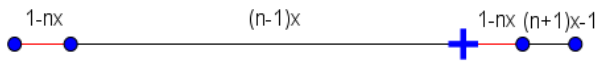
Lors du coup suivant, nous atteignons le bord de notre segment, et comme nous retournons une part $x = (1 - nx) + ((n+1)x - 1)$ nous en déduisons, qu'il y aura une part non cuite de $((n+1)x - 1)$ ainsi qu'une part cuite $(1 - nx)$, comme sur le schéma si dessous (2) :

Coup $n+1$:



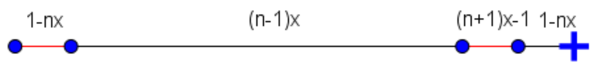
Nous pouvons ensuite réaliser $n-1$ coups pour retourner la part $1-x$

Coup $2n$:



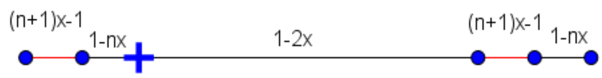
Comme $x = (1 - nx) + ((n+1)x - 1)$, on obtient au coup suivant :

Coup $2n+1$:



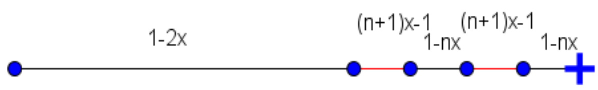
Et donc au coup suivant :

Coup $2(n+1)$:



Or nous pouvons passer les deux bouts à gauche de la crêpe à sa droite, sans que cela ne change quoi que ce soit à part la représentation graphique qui permettra plus de visibilité dans la suite.

Coup $2(n+1)$:

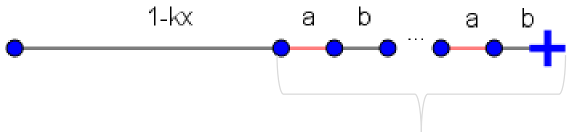


Nous en déduisons une relation de récurrence permettant de connaitre la configuration au coup $k(n+1), k \in \mathbb{N}$.

Lemme :

$\forall\ k \in [1, n]$, nous avons la configuration suivante de la crêpe au coup $k(n+1)$:

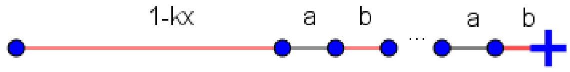
Pour k pair :



k répétitions du motif a b

Où $a = (n+1)x - 1$ et $b = 1 - nx$. Avec une alternance entre les parts cuites et non cuites.

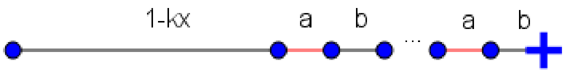
Nous aurons pour un k impair :



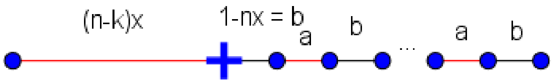
Démonstration du lemme :

Nous cherchons donc à prouver ce résultat par récurrence, pour ce faire, il faut faire une initialisation, ce qui a été fait précédemment pour obtenir ce lemme. Il reste donc l'hérédité, supposons l'hypothèse de récurrence vraie pour un certain $k \in [1, n-1]$ pair, montrons que cela implique une relation similaire pour le coup $(k+1)(n+1)$. En partant du coup $k(n+1)$ et en réalisant des opérations similaires à l'initialisation, nous obtenons :

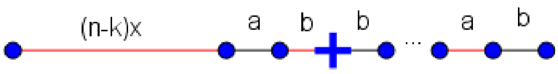
Coup $k(n+1)$:



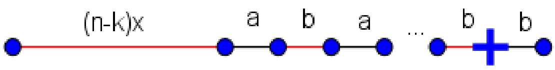
Coup $k(n+1) + n - k$:



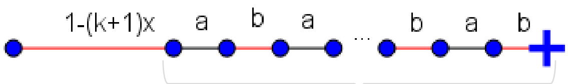
Coup $k(n+1) + n - k + 1$:



Coup $k(n+1) + n$:



Coup $(k+1)(n+1)$:

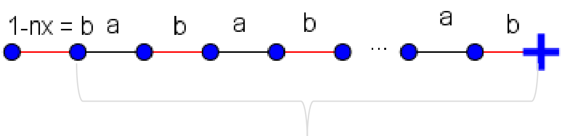


$k+1$ répétitions du motif a b

Pour le cas ou k est impair, la démonstration est identique mais en changeant les couleurs des parts. Ce qui prouve notre récurrence.

Pour $k = n$, nous avons (3) :

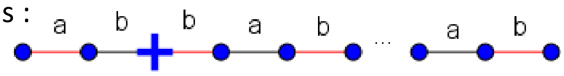
Coup $n(n+1)$:



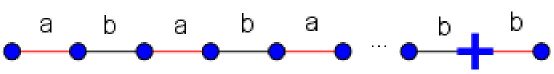
n répétitions du motif a b

En continuant le retournement, nous trouvons :

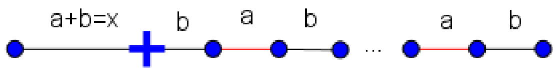
Coup $n(n+1) + 1$:



Coup $n(n+1) + n$:



Coup $(n+1)(n+1)$:

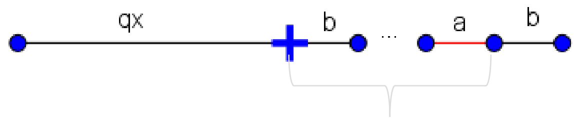


Nous en déduisons un lemme sur la configuration de la crêpe au coup : $(n+q)(n+1), q \in \mathbb{N}$

Lemme :

$\forall\, q \in [1, n]$, nous avons la configuration suivante de la crêpe au coup $(n+q)(n+1)$:

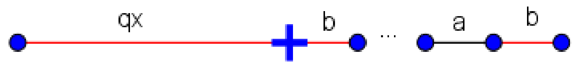
Pour $(n+q)$ pair :



$(n-q)$ répétitions du motif b a

Où $a = (n+1)x - 1$ et $b = 1 - nx$. Avec une alternance entre les parts cuites et non cuites.

Nous aurons pour $(n+q)$ impair :

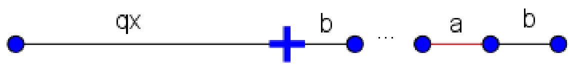


La première part de la zone qx est une part de taille a, et la dernière est de taille b.

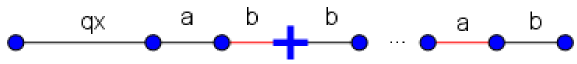
Démonstration du lemme :

Comme pour le lemme précédent, l'initialisation a déjà été traitée, elle nous a permis de trouver le lemme. Nous supposons donc l'hypothèse de récurrence vraie pour un certain $q \in [1, n]$, avec $(n+q)$ pair.

Coup $(n+q)(n+1)$:

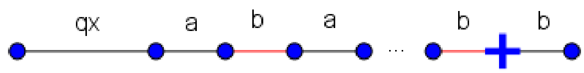


Coup $(n+q)(n+1)+1$:



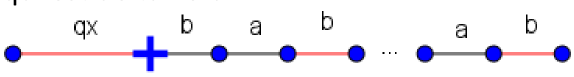
Comme il y avait $n-q$ répétitions du motif b a au coup précédent, il en reste $n-q-1$, d'où :

Coup $(n+q)(n+1)+n-q$:

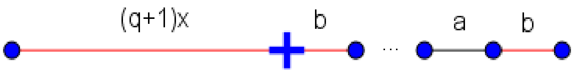


Comme la zone qx commence par une part de taille a, nous retournerons la part b avec la première part a de la zone qx, et comme la zone est de taille qx nous pouvons effectuer q coups et il restera la dernière part de la zone qui est de taille b :

Coup $(n+q)(n+1)+n$:

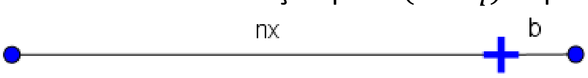


Coup $(n+q+1)(n+1)$:



Ce qui prouve ce deuxième lemme, car cela marche de la même façon pour $(n+q)$ impair.

Nous aurons donc au coup $2n(n+1)$:



La crêpe est donc revenue dans son état initial au bout de $2n(n+1)$ coups

Cette démonstration nous permet de remarquer différentes propriétés et théorèmes.

b. Nombre de parts et leur taille

Théorème :

Il existe des parts, qui ne seront jamais coupées lors du retournement de la crêpe, pour une portion x de la crêpe que l'on retourne de :

- $x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$ ces parts sont au nombre de n et sont de taille $\frac{1}{n}$

- $x \in \left]\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n}\right[, n \in \mathbb{N}^*$ il y a $2n+1$ parts, n parts de taille $1-nx$ et $n+1$ parts de taille $(n+1)x-1$

Démonstration :

Comme vu dans précédemment, pour une portion $x \in \left]\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n}\right[, n \in \mathbb{N}^*$, Au coup $n(n+1)$, nous avons bien les différentes parts car toutes les coupes dans les crêpes ont été marquées. Et lors de la deuxième partie du retournement, les nouvelles coupes sont faites sur les coupes précédentes. Ce qui prouve l'existence des parts ainsi que leur nombre et taille.

Pour une portion $x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$, nous avons vu qu'il faut n coups pour retourner la crêpe, en retournant à chaque coup une part de taille $\frac{1}{n}$, le nombre de parts est donc trivial.

C. Symétrie

Propriété :

Il existe une symétrie dans le processus de retournement de la crêpe pour une portion $x \in \left]\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n}\right[, n \in \mathbb{N}^*$, il existe un axe de symétrie dans la configuration de la crêpe au coup $n(n+1)$ et, $\forall k \leq n(n+1)$, sa configuration au coup $n(n+1)-k$ est symétrique à celle du coup $n(n+1)+k$.

Exemple : Pour $x = \frac{4}{5}$,

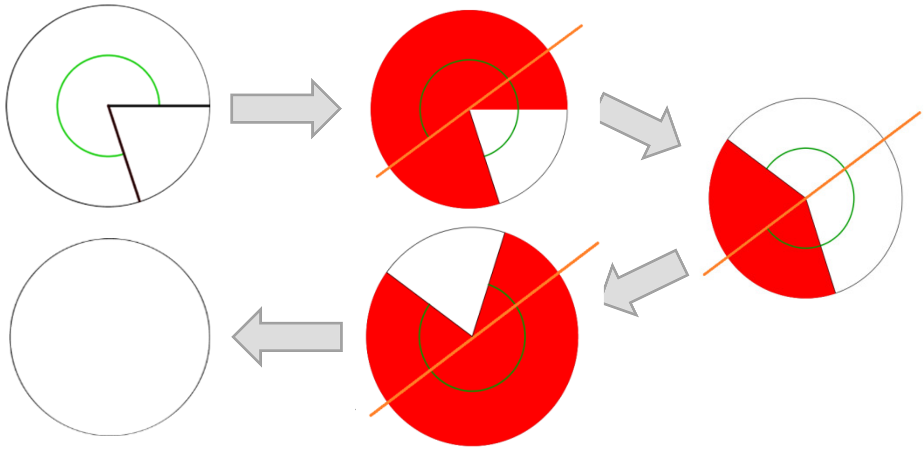
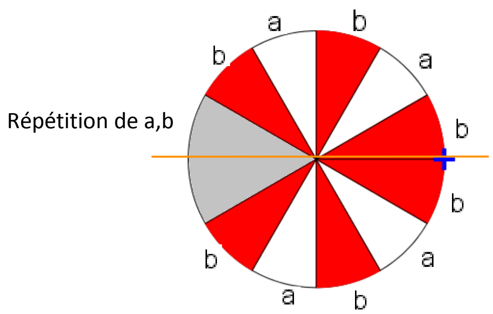


Schéma 6 : symétrie pour une portion de 4/5

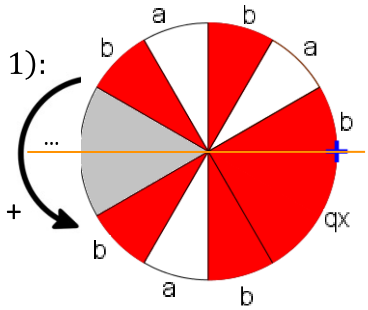
Preuve :

En utilisant les deux lemmes précédents et en utilisant la représentation des crêpes sous forme de disque, nous remarquons un axe de symétrie dans la configuration au coup $n(n+1)$:

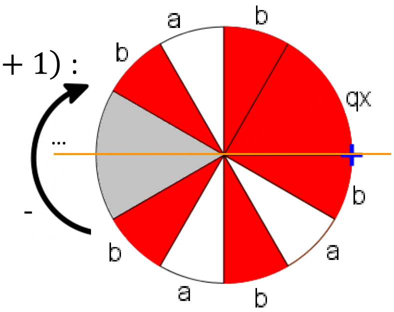


Montrons que les configurations de la crêpe aux coups $n(n+1)+k$ et $n(n+1)-k$, $\forall k \in \mathbb{N}^*$ sont symétriques. On pose $k = q(n+1)+i$ avec $q, i \in \mathbb{N}$.
Nous pouvons trouver les configurations suivantes grâce aux lemmes montrés précédemment,

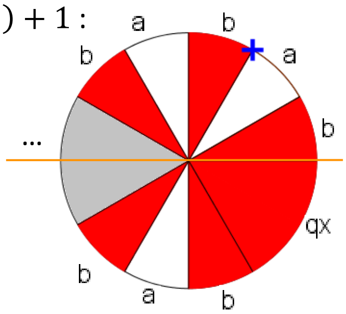
Coup $(n+q)(n+1)$:



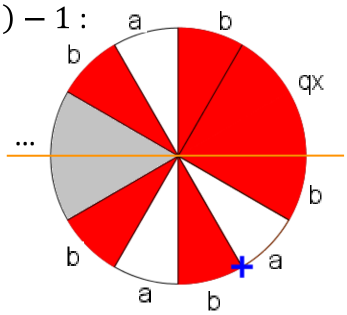
Coup $(n-q)(n+1)$:



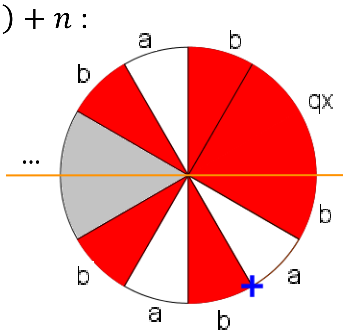
Coup $(n+q)(n+1)+1$:



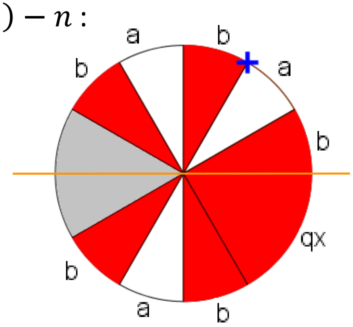
Coup $(n-q)(n+1)-1$:



Coup $(n+q)(n+1)+n$:



Coup $(n-q)(n+1)-n$:



Comme nous avons une relation de symétrie valable pour un q quelconque, on en déduit que la relation est valable pour tout q.
Nous en déduisons donc que les configurations de la crêpe aux coups $n(n+1)+k$ et $n(n+1)-k, \forall k \in \mathbb{N}^*$ sont symétriques.

d. Portions permettant de retourner la crêpe

Théorème :

Pour un retournement par portion x, le retournement marche si et seulement si

$$x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$$

Démonstration :

Nous avons déjà montré qu'avec une portion $x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$, le retournement marche, reste à montrer que si le retournement marche, alors la portion que l'on retourne à chaque coup est $x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$. Raisonnons pour cela par contraposée, cela reviendrait donc à montrer que si $x \neq \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$ alors le retournement ne marche pas.
Or $0 < x \leq 1$, donc $x \neq \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$ implique $x \in \left]\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n}\right[, n \in \mathbb{N}^*$. Mais comme nous avons vu au bout de $2n(n+1)$ coups nous retombons sur la face non cuite sans jamais passer par une étape où la totalité de la face est cuite. Le retournement ne marche donc pas pour une telle portion x. Ce qui démontre notre théorème.

e. Ordre des parts

Nous avons ensuite numéroté les différentes parts, et par expérience en utilisant un algorithme qui génère les configurations à chaque coup et donne la position de chaque part à chaque étape, nous remarquons la conjecture suivante,
Conjecture :

En numérotant les parts à l'étape 0, nous les retrouvons dans le même ordre à la fin du retournement dans le cas où $x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$, ainsi qu'à l'étape où nous retombons sur la face non cuite pour $x \in \left]\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n}\right[, n \in \mathbb{N}^*$, à une rotation près autour de la crêpe.

IV) Conclusion

Ainsi nous avons prouvé que seuls les angles étant des diviseurs de 360° marchent, et retournent totalement la crêpe au bout de n coups, $\frac{1}{n}$ étant la fraction équivalente de cet angle. Tandis que tout autre angle ayant sa fraction équivalente comprise entre $\frac{1}{n}$ et $\frac{1}{n+1}$ ne marche pas et ramène la crêpe à son état initial au bout de $2n(n+1)$ coups.
De plus, nous avons vu que lorsque l'on était dans un cas où l'angle ne marche pas, il y aura $2n+1$ parts avec n parts ayant leur bord de taille $nx - 1$ et $n+1$ parts ayant leur bord de taille $1 - (n-1)x$, 1 étant le périmètre total de la crêpe.

Remerciements :

Nous remercions monsieur Paul pour avoir organisé l'atelier au sein du lycée Carnot et pour nous avoir permis d'effectuer ce travail de recherche, ainsi qu'Amic Frouvelle qui nous a proposé des sujets intéressants qui nous ont permis de travailler toute cette année.
Merci aussi aux organisateurs du congrès.

Annexe :

Algorithme permettant de simuler le retournement d'une crêpe (python)
Lancer le code avec la commande crepe(angle)

```
def fract(angle): #renvois numérateur et dénominateur de la fraction angle/360 simplifiée
    d=360*10 #permet de traiter les angles à 0.1° près
    angle=int(angle*10)
    while angle%5==0 and d%5==0:
        angle=angle/5
        d=d/5
    while angle%3==0 and d%3==0:
        angle=angle/3
        d=d/3
    while angle%2==0 and d%2==0:
        angle=angle/2
        d=d/2
    return(angle,d) #retourne la fraction irréductible

def inverse(y,blanc,red): #inverse une case et met à jour les  compteurs
    if y<0:
        return(-y, blanc +1,red-1)
    return(-y, blanc -1,red+1)

def trace(L, d, curseur,a): #graphique
    X=[] #liste parties rouges
    Y=[]
    V=[] #liste parties blanches
    W=[]
    A=[] #liste curseur début part
    B=[]
    C=[] #liste curseur fin part
    D=[]
    E=[]
    F=[]
    for i in range(0,int(d)): #trace part par part
        theta = np.linspace(2*i*pi/d, 2*(i+1)*pi/d, int(500./d)+1)
        if L[i]<0:
            for j in theta: #trace parts blanches
                for k in range (1,11): #hachures pour le visuel
                    X.append(k*cos(j)/10)
                    Y.append(k*sin(j)/10)
        else:
            for j in theta: #trace parts red
                for k in range(1,11): #hachures pour visuel
                    V.append(k*cos(j)/10)
                    W.append(k*sin(j)/10)
        theta=np.linspace(0, 2*pi, 200)
        for k in theta:
            E.append(cos(k))
            F.append(sin(k))
        X.append(0) #pour visuel
```

```
        Y.append(0)
        V.append(0)
        W.append(0)
        for k in range(1,11): #marque la part que l'on retournera au prochain coup
                A.append(k*cos(2*curseur*pi/d)/10)
                B.append(k*sin(2*curseur*pi/d)/10)
                C.append(k*cos(2*((curseur+a)%d)*pi/d)/10)
                D.append(k*sin(2*((curseur+a)%d)*pi/d)/10)
        pl.plot(X,Y,"r",label="cuit") #affichage des courbes et des  légendes
        pl.plot(V,W,"w",label="pas cuit")
        pl.plot(A,B,"k",linewidth=6)
        pl.plot(C,D,"k",linewidth=4)
        pl.plot(E,F,"k")
        pl.axis("equal") #pour visuel
        pl.xlim(-2, 2)
        pl.ylim(-2, 2)
        pl.legend()
        pl.show() #affiche graphique

def crepe(angle): #programme à lancer precision de 0.1 degrés
        a,d=fract(angle)
        a,d=int(a), int(d)
        print('fraction :',a,'/',d) #affiche la fraction
        L=[]
        for i in range (0,int(d)): #initialisation liste représentant la crêpe
                L.append(i+1)
        blanc=d #nombre de parts blanches (non cuites)
        red=0 #nombre de parts red (cuites)
        coups=0
        print(L,"pas cuites:",blanc," cuites:",red,"coup:",coups) #affiche l'état initial
        curseur=0 #pour savoir à partir d'où on retourne la part
        x=1 #boolean pour rentrer dans le while
        trace(L,d,curseur,a)
        while ((red!=d and blanc!=d) or x==1):#pour arriver à avoir toute la crêpe retournée
                x=0 #toujours la boolean
                if a%2==0:
                        for i in range (0,int(a)//2): #retournement de la part
                                if i!=int(a/2):
                                        b=int((curseur+i)%d) #sélection de 2 sous part qui vont se
                                        retourner et échanger leurs places
                                        c=int((curseur+(a//2)-i+(a//2)-1)%d)
                                        z=L[b] #retournement et échange
                                        L[b],blanc,red=inverse(L[c],blanc,red)
                                        L[c],blanc,red=inverse(z,blanc,red)
                                else: #sous part du milieu si nombre impair de sous parts
                                        b=int((curseur+i)%d)
                                        L[b],blanc,red=inverse(L[b],blanc,red)
                elif a>1:
                        for i in range (0,int(a)//2+1): #retournement de la part
                                if i!=int(a/2):
                                        b=int((curseur+i)%d) #sélection de 2 sous part qui vont se
                                        retourner et échanger leurs places
```

```
                        c=int((curseur+a-i-1)%d)
                        z=L[b] #retournement et échange
                        L[b],blanc,red=inverse(L[c],blanc,red)
                        L[c],blanc,red=inverse(z,blanc,red)
                else: #sous part du milieu si nombre impair de sous parts
                        b=int((curseur+i)%d)
                        L[b],blanc,red=inverse(L[b],blanc,red)
        if a==1: #cas particulier fraction numérateur = 1
                L[curseur],blanc,red=inverse(L[curseur],blanc,red)
        curseur =int((curseur + a)%d) #update du curseur pour le tour d'après
        coups=coups +1
        print(L,"cuits:",blanc,"pas cuit:",red,"coup:", coups) #affiche avancement de la liste
        trace(L, d, curseur,a) #affichage graphique
    return
```

Notes d'édition

(1) Comme indiqué dans la présentation, à chaque coup seule une portion est retournée, le reste de la crêpe restant inchangé ; au coup suivant une portion adjacente sera retournée, prise toujours du même côté (dans les exemples donnés, en tournant dans le sens direct).

(2) Dans ce schéma on a représenté entièrement à droite le segment de longueur $(n+1)x-1$ devenu blanc, initialement situé à gauche, et entièrement à gauche le segment de longueur $1-nx$ échangé avec le précédent et devenu rouge, initialement situé à droite. Cela évite d'avoir à couper artificiellement l'un de ces segments, en adaptant seulement la représentation de la crêpe.

(3) Le schéma est donné ici pour n impair ; pour n pair il suffit encore d'échanger les couleurs. Dans les deux cas on obtient la configuration du lemme suivant pour $q = 1$, selon la parité de n.