

UN ASCENSEUR PARTICULIER

année 2017/2018

Les élèves : Maya Bujan, Tessy Bujan, Manon Frias, Séphora Kaïd, Soundousse Ouladi, Meleen Saint-Jean, Nowshin Safatun , Alice berger , Juliette Soucasse , Mathilde Nguyen, Victoire Sicart des classes de 6°, 4° et 3° des collèges Michelet et Stendhal Toulouse.

Les professeurs : M. Enjalran, Mme Davy, M. Duprat

Le chercheur : M. Bouloc, de l'IMT.

Sujet :

Dans une grande tour avec plusieurs milliers d'étages un drôle d'ascenseur a été installé. Il n'a que 4 boutons : "retour à 0 ; + 5 ; + 7 ; + 12".

Quels étages est-il possible d'atteindre avec cet ascenseur?

Réponse :

Nous avons trouvé les étages accessibles et allons les détailler dans cet article.

ETAPE 1

A partir des nombres 5, 7 et 12, on a fait une liste de nombres de 1 à 35 sur laquelle nous avons sélectionné les étages accessibles.

En rose les 3 nombres de base et en vert les multiples de chacun d'eux et en jaune les nombres qui sont accessibles par additions de nombres verts ou rose.

| | | | | | | |
|--------------|----|-------------|-------------|--------------|--------------|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 (12 + 5) | 18 | 19 (12 + 7) | 20 | 21 |
| 22 (15 + 7) | 23 | 24 | 25 | 26 (12 + 14) | 27 (15 + 12) | 28 |
| 29 (15 + 14) | 30 | 31 (24 + 7) | 32 (25 + 7) | 33 (28 + 5) | 34 (24 + 10) | 35 |

Sont accessibles jusqu'à l'étage 35 les étages :

5 ; 7 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 17 ; 19 ; 20 ; 21 ; 22 ; 24 ; 25 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29 ; 30 ; 31 ; 32 ; 33 ; 34 ; 35.

Puis nous avons constaté que tous les étages suivants semblaient accessibles. Nous avons alors cherché des explications.

ETAPE 2

Propriété 1 :

Soit x le plus petit nombre proposé (dans ce cas 5).
Si x étages consécutifs sont accessibles alors tous les suivants sont également accessibles.

Prenons pour exemple le cas de figure étudié :

On a découvert que les étages 24, 25, 26, 27, 28 et 29 sont accessibles.
Comme 24 est accessible, on lui ajoute 5 alors 29 l'est aussi. Comme 25, 26, 27 et 28 sont accessibles on leur ajoute 5, alors 30, 31, 32, 33 le seront aussi. On peut réitérer cette action indéfiniment. A partir de là, les étages suivants sont tous accessibles.

Étant donné que nous avons fini de trouver les étages accessibles pour les boutons 5, 7 et 12, nous avons voulu aller plus loin en changeant les valeurs des boutons.

Propriété 2 :

Si les boutons sont « retour à 0 ; + 2 ; + i ; + p » où i est un nombre impair et p un nombre pair, alors tous les étages sont accessibles à partir de $i - 1$.

En effet si un bouton permet de monter de deux étages alors tous les étages pairs sont accessibles ;

Si l'un des autres boutons (i) est impair (comme dans le cas ci dessus) alors $i - 1$ est pair et accessible, cela nous donne une suite de 2 étages successifs accessibles. Comme l'indique la propriété 1, tous les suivants le sont aussi.

Exemple :

Pour les boutons : « retour à 0 ; + 2 ; + 5 ; + 8 » tous les étages sont accessibles à partir de l'étage $5 - 1 = 4$.

Propriété 3 :

Si les boutons sont « retour à 0 ; + 3 ; + n ; $n + 1$ » où n est un nombre quelconque et n et $n + 1$ ne sont pas des multiples de 3, alors tous les étages sont accessibles à partir de $n - 1$.

Explication : n et $n + 1$ ne sont pas des multiples de 3 alors $n - 1$ est un multiple de 3, il est donc accessible.

Finalement, $n - 1$, n et $n + 1$ se suivent et sont accessibles. Cela donne une suite de trois étages accessibles. Donc tous les étages suivant $n - 1$ sont accessibles.

Exemple :

Pour les boutons : « retour à 0 ; + 3 ; + 13 ; + 14 » tous les étages sont accessibles à partir de l'étage $13 - 1 = 12$.

En réalisant plusieurs listes à partir du logiciel de programmation scratch, nous avons émis la conjecture suivante :

Conjecture :

Si les boutons sont « retour à 0 ; + x ; + y », où x et y ne sont pas multiples du même nombre tous les étages sont accessibles à partir de $(x - 1) \times (y - 1)$.

Exemple :

Pour les boutons : « retour à 0 ; + 5 ; + 8 », $(5 - 1)(8 - 1) = 28$ donc ils sont tous accessibles à partir de l'étage 28.

CONCLUSION

Nous avons trouvé les étages accessibles pour la situation initiale et découvert quelques propriétés mais nous n'avons pas trouvé de procédé général à appliquer pour savoir les étages accessibles à partir des boutons de l'ascenseur.

Notes d'édition

Aucune