Tout noir, tout blanc

Par

Anaïs BELLEZZA-BERGER, Lucie MAURIN

Elèves du Collège Le Chamandier à **Gières.**

Enseignants : Elisabeth JULLIARD, Colette MARTINON

Chercheur : Eric DUMAS (Université Joseph Fourier Grenoble)

Des pions bicolores recouvrent un damier, blancs dessus, noirs dessous. Quand on retourne un pion, on retourne aussi ses voisins (4 voisins en général, sauf au bord) Peut-on passer d'un damier tout noir à un damier tout blanc ?

Nous avons cherché des solutions en commençant par des plateaux de dimensions 1xn, puis des plateaux 2xn, 3xn, ….

Règles trouvées en cours de recherche pour simplifier la liste des mouvements

Faire deux fois le mouvement (retourner le même pion) redonne la situation de départ.

L'ordre des mouvements n'a aucune importance.

Démonstration pour des plateaux de 1xn

Règle : un pion « central » a deux voisins quand on le retourne, on retourne 3 pions.

Les deux pions du bord, n'ont qu'un voisin : on ne retourne que 2 pions.

Pour n'importe quelle longueur, on retournera des groupes de 3 et si besoin un ou deux groupes de 2 (aux bouts)

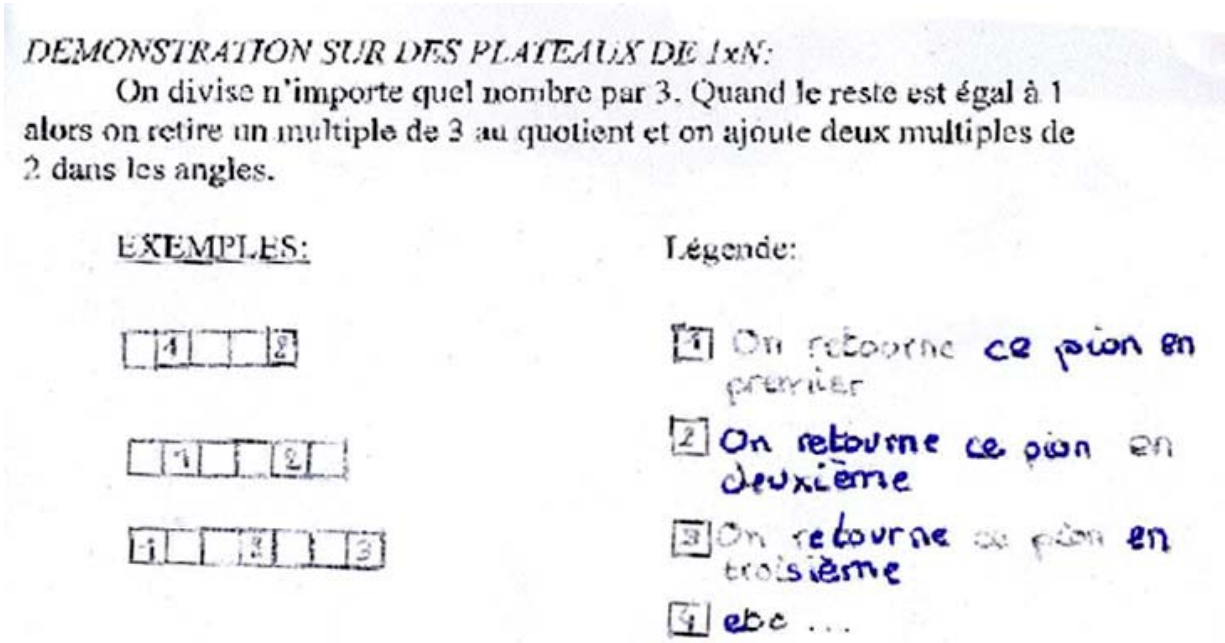
On montre que le nombre n peut s'écrire sous la forme d'une somme d'un multiple de 3 et 2x2 ou 1x2.

On divise n par trois : si le reste est 0, on ne fera que des groupes de trois.

Si le reste est 2, on fera des groupes de trois et on retournera un pion du bout pour faire un groupe de deux.

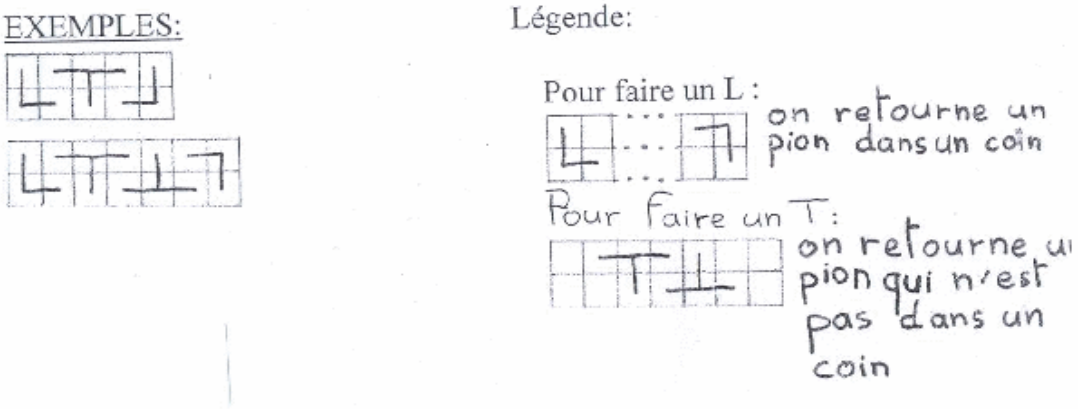
Si le reste est 1, on retire 1 au quotient et on a un multiple de trois +4, on retourne des groupes de trois et les deux pions des bouts.

EXEMPLES



Démonstration pour des plateaux de 2xn

Règle : Selon la place du pion qu'on retourne, on a un « L » *ou un* « T »

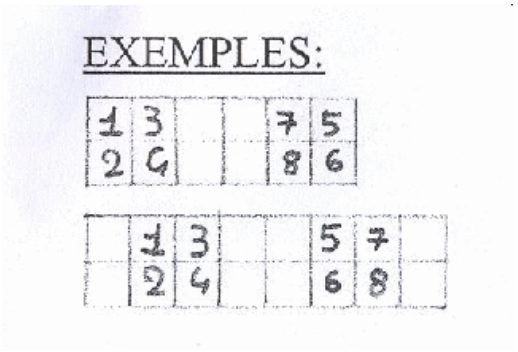


1) Le nombre n est impair

On peut faire tous les cas avec deux « L » et des « T »

2) Le nombre n est pair

On arrive à retourner tous les pions d'un bloc de 2x3 en étant sûr de ne pas retourner les pions d'à côté et on peut aussi retourner un bloc de 2x4.



Il suffit d'écrire n en somme d'un multiple de 4 et d'un multiple de 3.

On divise n par 4. Quand le reste est 0, on ne fait que des blocs de 4.

Quand le reste est 2, on retire 1 au quotient et le reste est 6 donc deux blocs de 3.

Remarque : Le reste ne peut pas être 1 ou 3 car n est pair.

Pour les plateaux de 3xn

Nous n'avons pas trouvé de méthode générale mais nous avons réussi quelques cas.

D'abord nous avons donné des coordonnées aux pions et quand on écrit A3 cela signifie qu'on retourne le pion A3 **et ses voisins.**

	1	**2**	**3**	**4**
A				
B				
C				

3x3	Liste des mouvements	A1 C1 C3 A3 B2
3x4	Liste des mouvements	A1 B1 C1 C2 C3 C4 B4 A4 A3 A2
3x5	Liste des mouvements	A5 A3 B1 C3 B4 C5
3x8	Liste des mouvements	A1 C2 A4 B4 B5 A5 C7 A8
3x9	Liste des mouvements	A1 C1 B2 C3 A3 B5 A7 C7 B8 A9 C9

Note de l'édition

Cet article reflète le travail de collégiens, dont les professeurs encadrant l'atelier ont écrit *: « Les élèves ont découvert et utilisé des notions mathématiques essentielles, en particulier en arithmétique, par exemple le travail sur les décompositions en somme de multiples. Ils ont dû préciser certaines notions avant de les utiliser. Ils ont choisi une notation pour garder des traces de leur travail d'une séance à l'autre et ont dû optimiser cette notation pour qu'elle soit efficace, plus simple et plus précise.*

… Ce long travail, qu'on reprend de semaine en semaine, fait appel à des qualités intéressantes de persévérance , de mémoire, et à la capacité de reprendre une réflexion là où on l'a laissée sans recommencer au début »