Cet article est rédigé par des élèves. Il peut comporter des oublis ou imperfections, autant que possible signalés par nos relecteurs dans les notes d'édition.

TOUR de CARTES

Année 2013-2014

Travail des élèves de 3ème et 5ème :

Blais Maïa (5ème)
Froissart Lucie (5ème)
Granchère Aurore (3ème)
Montbuleau Titouan (5ème)
Pillevesse Théo (5ème)
Pouilloux Cynthia (5ème)
Wozniak Julie (5ème)

Collège Fernand Garandeau à La Tremblade (17)

Enseignantes :

Mme Loubet
Mme Direxel

Chercheur :

Mr Bailly-Maitre Gilles
Université de La Rochelle

Le sujet

Trouver l'explication d'un tour de cartes et savoir s'il peut être réalisé avec n'importe quel nombre de cartes

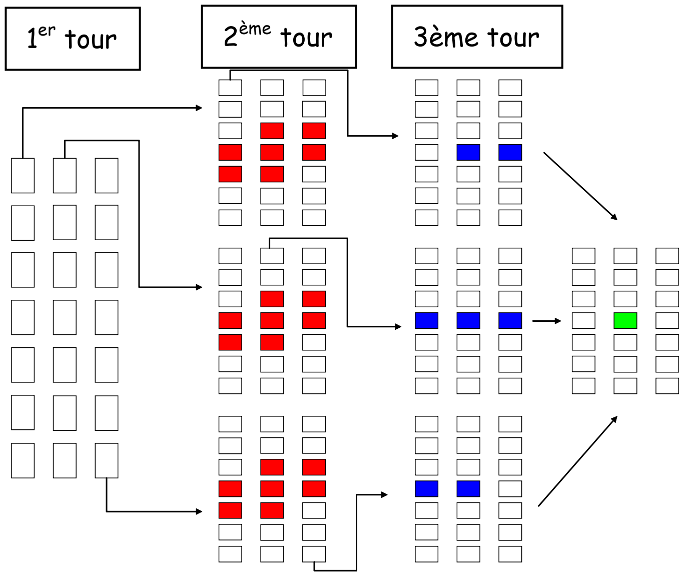
Règle du jeu

On fait choisir une carte à quelqu'un parmi 21 (sans la regarder bien sûr !)
On répartit ensuite les 21 cartes en 3 colonnes de 7 cartes. (1)
On demande à la personne dans quelle colonne se trouve la carte choisie.
On place la colonne contenant la carte entre les deux autres et on recommence encore 2 fois cette manipulation.
On découvre la carte choisie.

Nous avons commencé par chercher le fonctionnement du tour de cartes
Pour cela, on a fait plusieurs fois le tour en connaissant la carte choisie et en observant son déplacement. Ensuite on a fait des schémas pour trouver les différents cas possibles.
On a trouvé une règle pour positionner la carte, elle dépend du nombre de lignes et de colonnes.

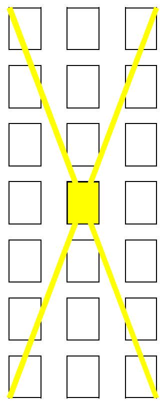
1ère étape : comprendre le tour

Voici un schéma indiquant les différentes positions des cartes à chaque tour, pour 21 cartes



Les cartes rouges représentent les cartes de la colonne placées entre les 2 autres au 1er tour
Les cartes bleues représentent les cartes de la colonne placée entre les 2 autres au 2ème tour
Au 3ème tour la carte choisie est en 11ème position

On a remarqué que la carte choisie est à l'intersection des diagonales du rectangle formé par les cartes.



Pour trouver la position de la carte choisie on divise le nombre de cartes par 2 et on rajoute 1.
Si il y a n cartes, la carte choisie est en position $\frac{n}{2}+1$.

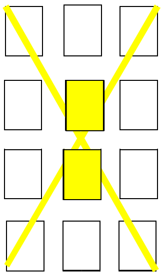
(2)

Mais on utilise le quotient euclidien seulement.

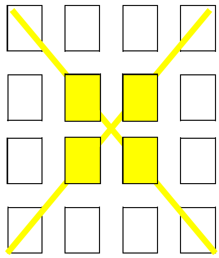
Exemple :
Pour 21 cartes, la carte est en 11ème position.
Pour 25 cartes, la carte est en 13ème position.

Mais ça marche uniquement quand le nombre de lignes et de colonnes est impair.

Nombre de colonnes impair
Nombre de lignes pair

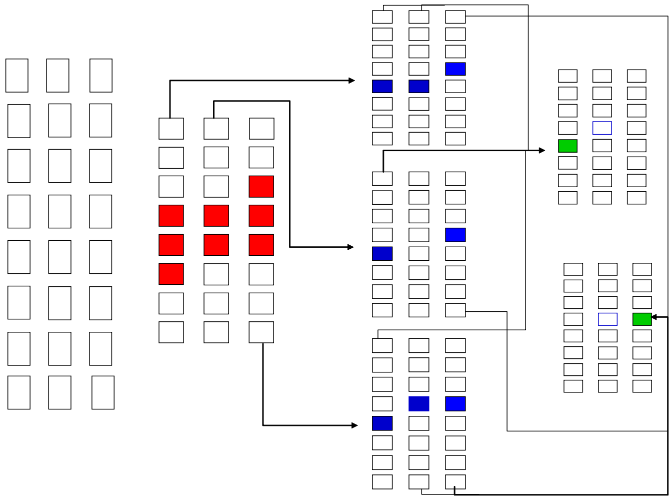


Nombre de colonnes pair
Nombre de lignes pair



Quand le nombre de lignes est pair ou les deux sont pairs, il n'y a pas de carte centrale car les diagonales du rectangle formé par les cartes tombent entre 2 ou 4 cartes.

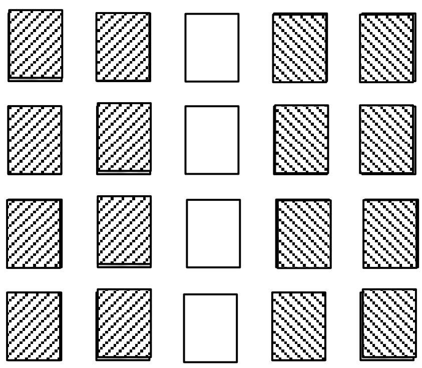
Pour 24 cartes : 3 colonnes et 8 lignes
Comme pour 20 cartes il y a deux positions possibles pour la carte choisie



<u>2^{ème} étape</u>

On a donc essayé de trouver une règle pour un nombre de colonnes impair et un nombre de lignes pair

Pour 20 cartes : 5 colonnes et 4 lignes



Si au dernier tour la carte est dans la 1ère ou 2ème colonne, alors elle sera en 11ème position ($\frac{20}{2}$ + 1)

Si au dernier tour la carte est dans la 4ème ou 5ème colonne, alors la carte sera en 10ème position ($\frac{20}{2}$)

On a remarqué que la carte choisie ne se trouve jamais à la 3ème colonne au dernier tour.

Si la carte se trouve dans la 1ère colonne au 2ème tour, elle sera en 13ème position ($\frac{24}{2}$ + 1) = 13

Si la carte se trouve dans la 3ème colonne au 2ème tour, elle sera en 12ème position ($\frac{24}{2}$)

Si elle est dans la 1ère colonne au 1er tour et 2ème colonne au 2ème tour, elle sera en 13ème position.

Si elle est dans la 3ème colonne au 1er tour et 2ème colonne au 2ème tour, elle sera en 12ème position

Pour 42 cartes : 7 colonnes et 6 lignes

Si au dernier tour la carte est dans la 1ère, 2ème ou 3ème colonne, alors elle sera en 22ème position.
Si au dernier tour la carte est dans la 5ème, 6ème ou 7ème colonne, alors la carte sera en 21ème position.
On a remarqué que la carte choisie ne se trouve jamais à la 4ème colonne au dernier tour.
Si on avait choisi une répartition en 3 colonnes de 14 cartes, on aurait retrouvé les différents cas de 24 cartes.

3ème étape :

Peut-on prévoir le nombre de tours nécessaires pour trouver la carte en fonction du nombre de cartes ?

Cela va dépendre du nombre de colonnes et de lignes.

Après plusieurs essais et puisque les colonnes de cartes sont réparties en lignes, on a constaté qu'il fallait diviser le nombre de lignes par le nombre de colonnes autant de fois que c'était nécessaire pour atteindre un nombre inférieur ou égal à 1, puis ajouter 1. (3)

Voici un 1er exemple :
Pour 20 cartes
On a 4 lignes et 5 colonnes : on divise 4 par 5,
on obtient 0,8 qui est inférieur à 1.
On ajoute 1.
Il faudra donc 2 tours pour découvrir la carte choisie.

2ème exemple :
Pour 21 cartes
On a 7 lignes de 3 colonnes : on divise 7 par 3,
le quotient est supérieur à 1.
On recommence : on divise 2,333 par 3,
le quotient est inférieur à 1.
On ajoute 1.
Il faudra 3 tours pour trouver la carte
(c'est ce que l'on faisait dans le tour initial).

3ème exemple :
Imaginons qu'on dispose pour 540 cartes
Avec 3 colonnes et 180 lignes

$\frac{180}{3} = 60 \qquad \frac{60}{3} = 20 \qquad \frac{20}{3} \approx 6{,}666$

$\frac{6{,}666}{3} \approx 2{,}2222 \qquad \frac{2{,}222}{3} \approx 0{,}74$

Il faudra donc 5 + 1 = 6 tours pour trouver la carte choisie
Avec 5 colonnes de 108 cartes

$\frac{108}{5} = 21{,}6 \qquad \frac{21{,}6}{5} = 4{,}32 \qquad \frac{4{,}32}{5} = 0{,}864$

Il faudra donc 3 + 1 = 4 tours pour trouver la carte choisie.
Avec 9 colonnes de 60 cartes

$\frac{60}{9} \approx 6{,}666 \qquad \frac{6{,}666}{9} \approx 0{,}74$

Il faudra donc 2 + 1 = 3 tours pour trouver la carte choisie.

4ème étape :

On a essayé de travailler avec un nombre pair de colonnes mais sans succès, car on ne savait pas où mettre la colonne contenant la carte choisie.

Notes d'édition

(1) Les cartes sont posées ligne par ligne.

(2) Il est possible de jouer avec un nombre de lignes et/ou de colonnes différent, ce qui implique un nombre différent de cartes. Les règles pour ramasser les colonnes s'étendent naturellement s'il y a un nombre de colonnes impair (on met la colonne choisie au milieu) par contre si le nombre de colonnes est pair, ce n'est pas évident (comme expliqué à la 4ème étape). Dans la suite de l'article (3ème étape), les auteurs donnent des idées pour prédire le nombre de tours à faire pour trouver la carte en fonction du nombre de cartes.
La formule donnée ici permet effectivement de trouver le centre du rectangle dans le cas où le nombre de lignes et de colonnes est impair. Par contre les élèves n'expliquent pas pourquoi cela donne toujours la carte choisie au départ.

(3) Ce constat n'est pas démontré ici mais le lecteur pourra s'en convaincre en remarquant que diviser le nombre de lignes par le nombre de colonnes donne une idée du nombre de cartes qui sont encore candidates pour être la carte choisie.