**Le chant des sinusoïdes.**
Atelier Math en jean's 2002/2003
Par Anne-Laure CUVILLIEZ (T°S-si) au lycée d'Altitude de Briançon.
Enseignant: Hubert PROAL et Anne-Marie IMBERT
[les phrases entre crochées sont de l'enseignant]

***Mon problème était de décomposer un signal simple sous forme de somme de sinusoïdes.***
[On appellera « signal simple » une somme de deux sinus avec des amplitudes entières et des périodes des multiples de 2Π]

## *I/ Sommes de sinusoïdes*

Je me suis d'abord intéressée aux sommes, en procédant par essai, de manière à pouvoir revenir à la décomposition par la suite.

### *1/ définitions*

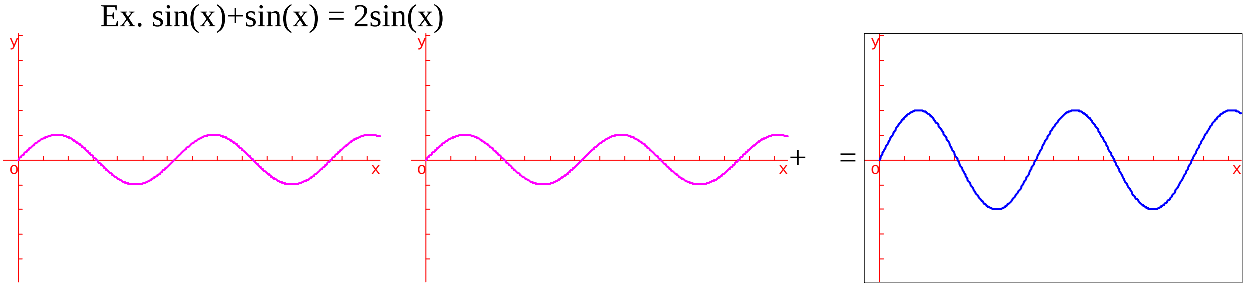
- L'amplitude (A) : c'est l'ordonnée du maximum de la courbe.
- La période (T) : c'est le temps au bout duquel le signal se reproduit identique à lui-même.
- La fréquence (f) : c'est l'inverse de la période, c'est-à-dire le nombre de fois où le phénomène se produit en une unité de temps.

L'équation d'une sinusoïde est de la forme: $y = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}x\right) = A\sin(2\pi f x)$

Ainsi sin(x) a une amplitude de 1 et une période de 2Π

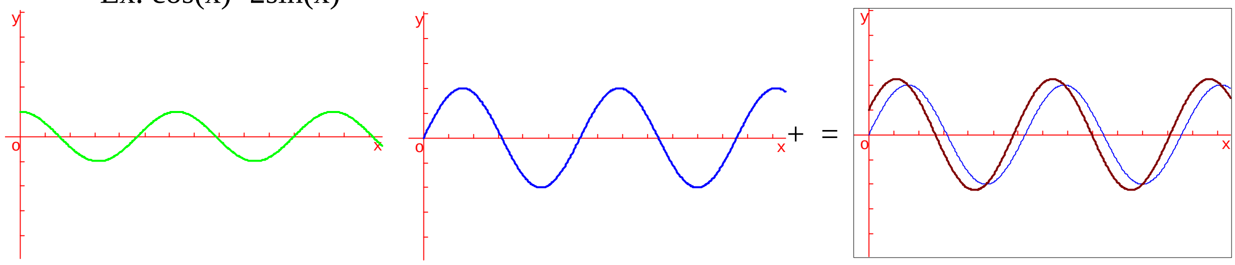
### *2/essai de somme*

- Si on ajoute plusieurs courbes identiques, c'est l'amplitude qui change.
  Dans les sons, c'est le volume qui augmentera plus l'amplitude sera élevée.
  Ex. sin(x)+sin(x) = 2sin(x)



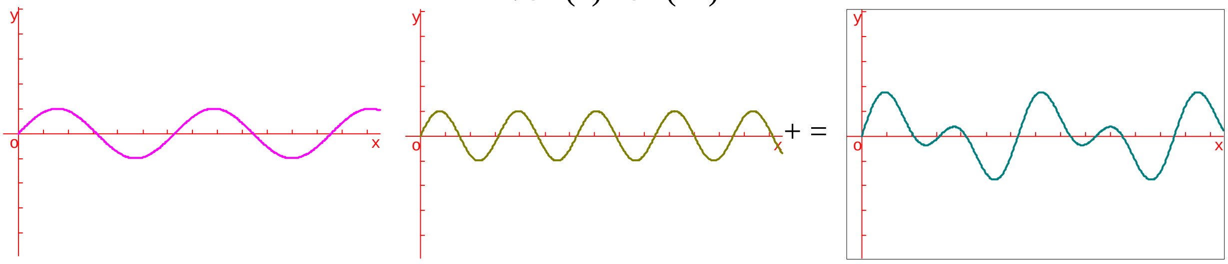

- Si on ajoute 2 courbes de même fréquence mais déphasées (comme sinus et cosinus), on garde la même fréquence et une forme sinusoïdale.

Ex. $\cos(x)+2\sin(x)$



- Si on ajoute 2 courbes de fréquences différentes, on observe que la fréquence de la somme est la plus petite fréquence de celles ajoutées, soit la plus grande période.
  L'amplitude de la somme est inférieure à la somme des amplitudes des deux courbes.

Ex. sin(x) +sin(2x)




Dans les sons, la fréquence correspond à la note : plus la fréquence augmente, plus la note est aigüe.

Dès que l'on ajoute des fréquences différentes, on n'obtient plus du tout des sinusoïdes.
Pour les sons, c'est le timbre qui change selon la forme, bien que l'amplitude et la fréquence restent les mêmes.

Mes essais mon permis de remarquer:
***L'amplitude de la somme est inférieur ou égal à la somme des amplitudes***
***La période de la somme est égale au minimum des périodes des fonctions.***
***Les extrémums sont souvent où les courbes se coupent***

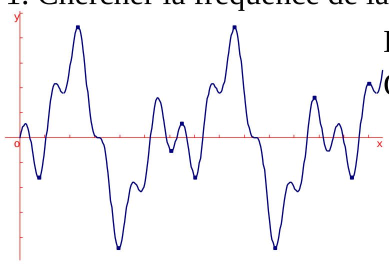
J'ai pu ainsi aborder mon problème:

## *II/ Décodage*

On reprend les résultats de la première partie pour trouver une méthode pour décomposer les signaux simples.

***Méthode :***

1. Chercher la fréquence de la courbe pour trouver la plus petite fréquence de celle ajoutées.



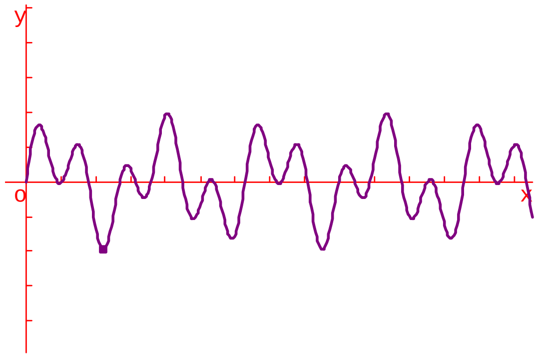
Dans le cas si-contre, la période est à peu prêt 6,2 soit 2鯷.
On peut dire que ce signal est composé de sin(x)

2. Ensuite, on va compter le nombre de maximum sur une période,
   car si y = sin(ax) + sin(bx) et a<b

-si a et b sont premiers entre eux, alors il y a b maximums locaux sur une période
-si a et b ne sont pas premiers entre eux, alors b=ka et il y aura k maximums sur une période.
[Ce résultat a été obtenu expérimentalement par l'élève, il n'y a pas de démonstration]

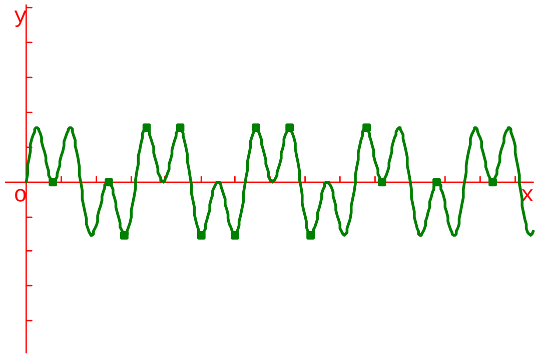
Exemples:

Sin(2x)+sin(**5**x)




**5** maximums sur une période.

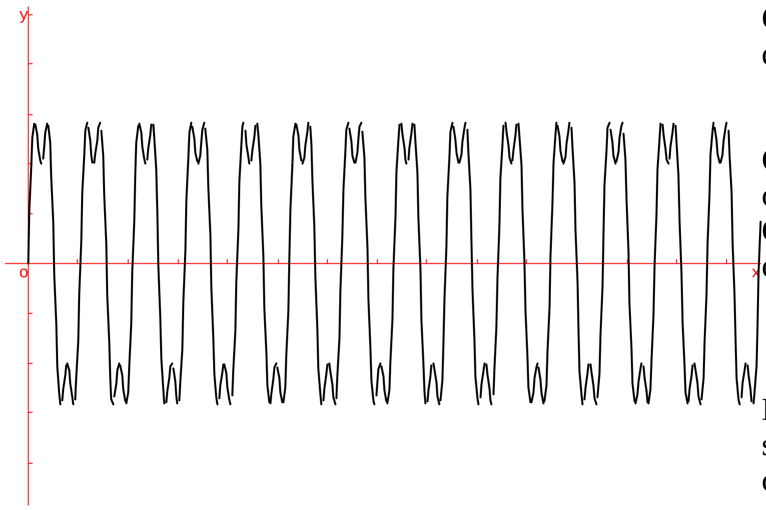
sin(2x)+sin(6x) et 6=2鯷**3**




**3** maximums sur une période.

3. Il faudra enfin attribuer le coefficient devant chaque sinusoïde, c’est en fait  l’influence qu’à chaque sinusoïde sur la forme du signal.
On peut déterminer la somme des amplitudes qui est supérieure à l’amplitude du signal.

***<u>Exemple avec une courbe</u>***




On regarde la fréquence : c’est la même que sin(6x)

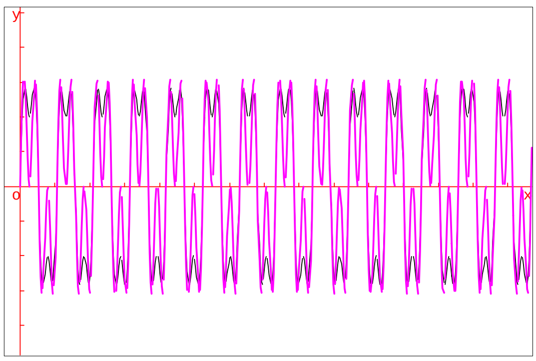
y =c.sin(6x) + d.sin(bx)

On compte le nombre de maximums : on obtient 3.
Or b doit être plus grand que 6, donc k=3 et la fréquence de l’autre sinusoïde est $\sin(3\times 6x)=\sin(18x)$

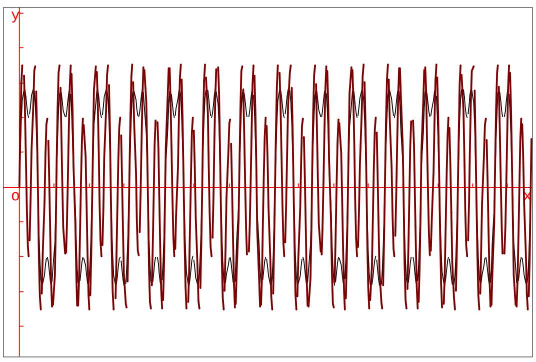
y=c.sin(6x) + d.sin(18x)

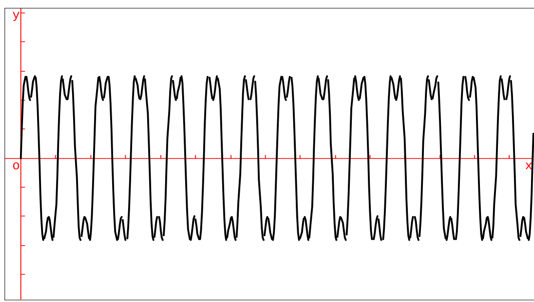
L’amplitude de la courbe est 3 donc la somme des amplitudes est supérieur à 3, on va essayer 4, car on étudie seulement des signaux simples, les nombres sont entiers.

On fait des essais:
- même influence des deux courbes:
y=2sin(6x) +2sin(18x)




- plus de sin(18x) : y= sin(6x) + 3sin(18x)



- plus de sin(6x) : y=3sin(6x) + sin(18x)

**C'est gagné !!!**