

Ce diaporama est rédigé par des élèves. Il peut comporter des oublis et imperfections, autant que possible signalés par nos relecteurs dans les notes d'édition.

# Le sens de l'équilibre

Valentin Vanstavel, Yasmina Aboudou, Elise Nkuliyingoma, élèves de 6ème

Encadrés par Clémence Meunier et Thi Ngoc Van Delattre

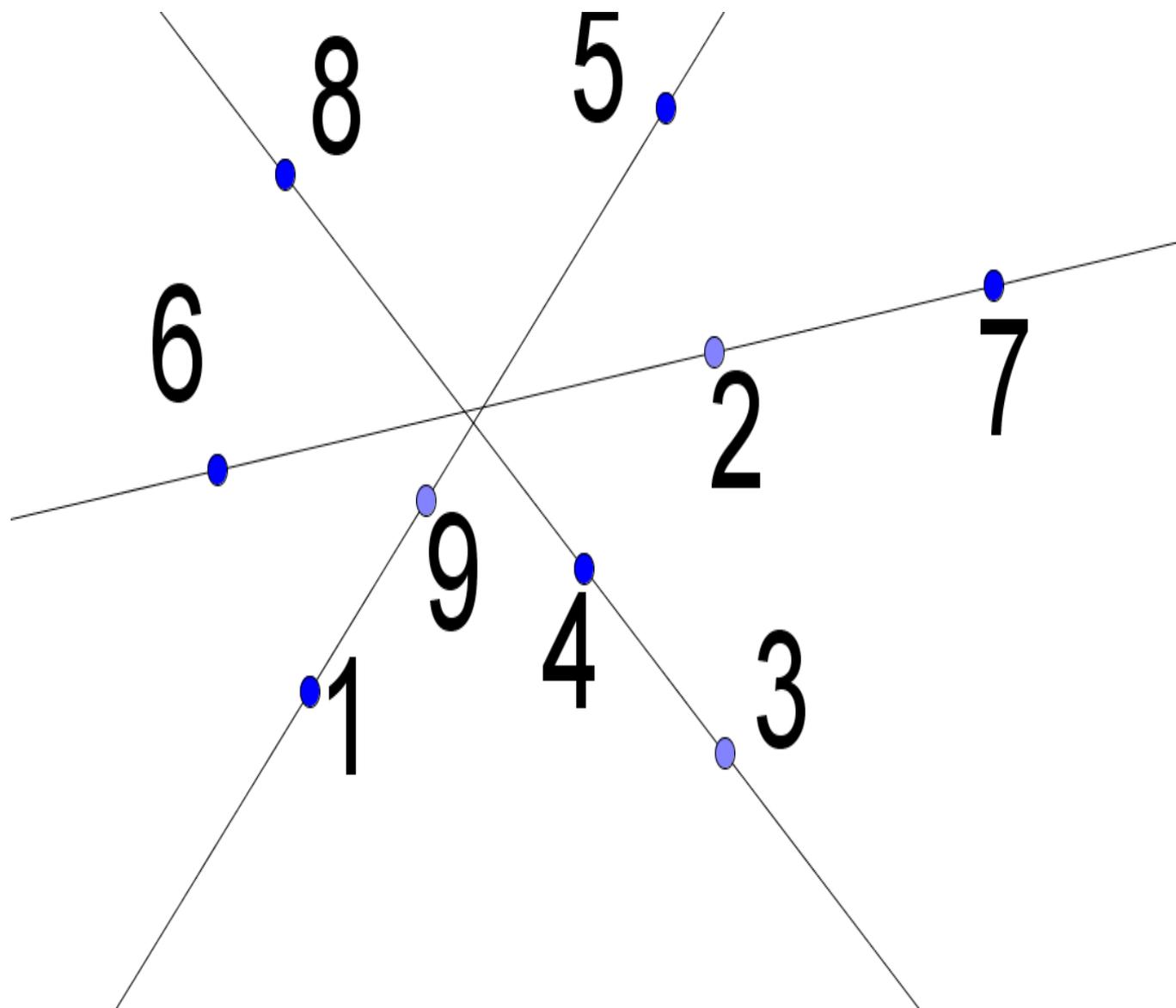
Établissement : Collège du Westhoek (Coudekerque-Branche)

Chercheurs : Sandrine Lagaize et Romuald Ernst (Université du Littoral Cote d'Opale)



# Règle du jeu

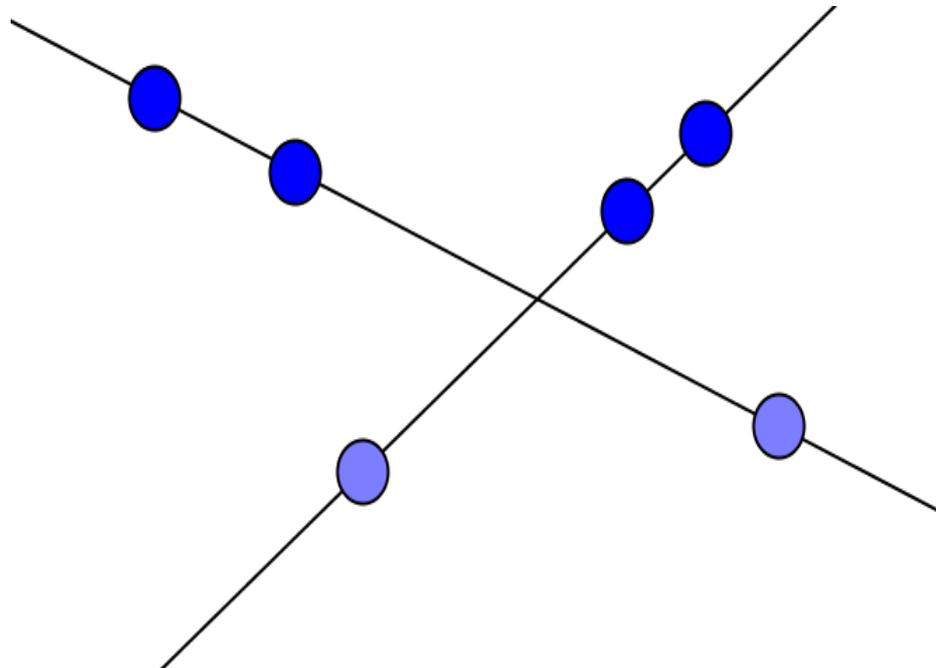
- Considérons une figure constituée de  $n$  droites et de  $p$  plots numérotés de 1 à  $p$
- Objectifs :
  - mettre 3 plots sur chaque droite. On obtient alors une figure équilibrée
  - Numérotation magique : avoir la même somme sur chaque droite. C'est la constante magique



# Deux droites, aucun plot à l'intersection

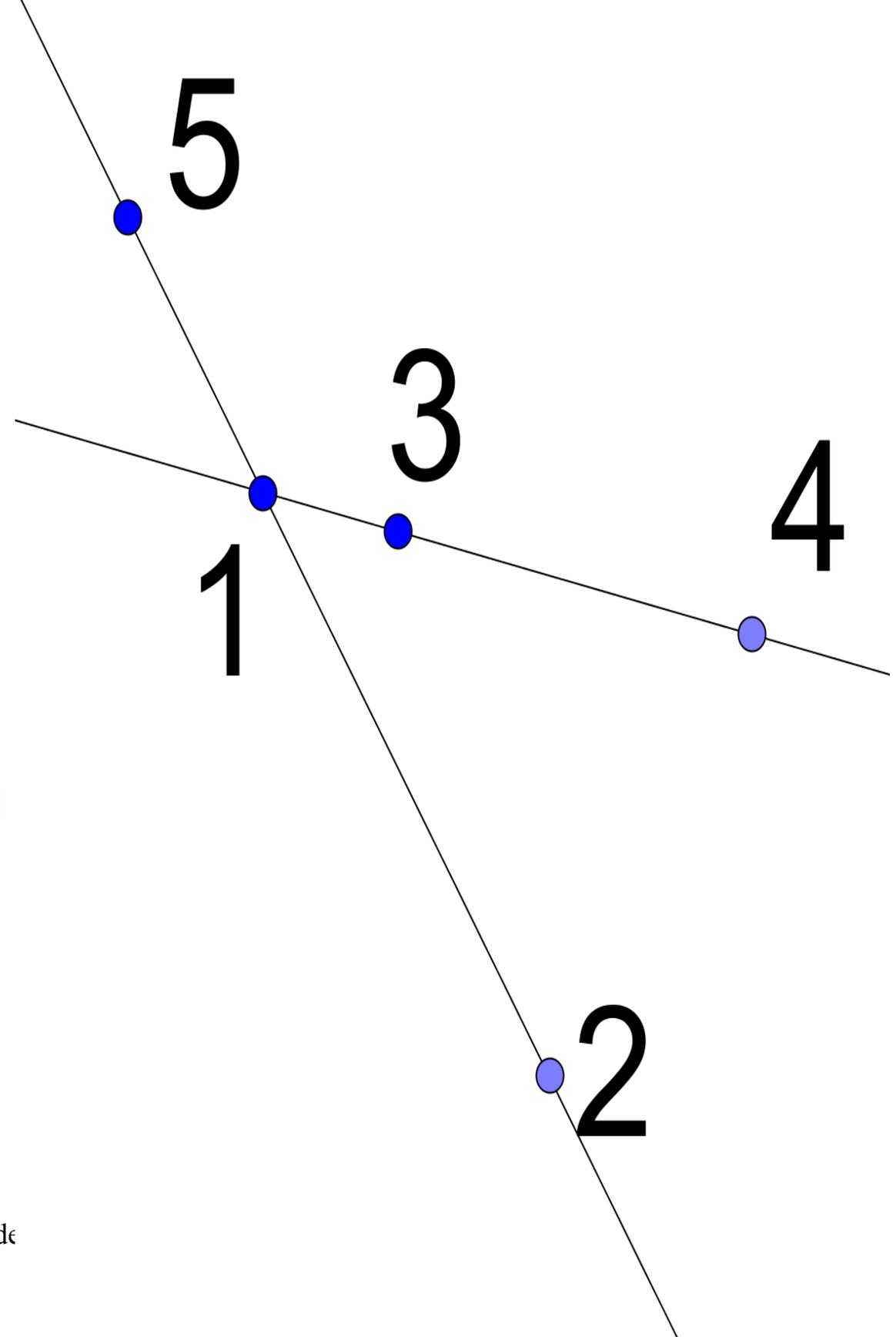
- On est obligé de placer un nombre à l'intersection car la somme des plots  $1+2+3+4+5+6=21$  est un nombre impair (non divisible par 2), si bien qu'on ne peut pas la séparer en deux, deux étant le nombre de droites.

(1)



# Un exemple

Figure équilibrée,  
avec une numérotation  
magique. La constante  
magique est égale à 8.



# Deux droites, un plot à l'intersection

- Nombres possibles : 1,2,3,4,5 (trois nombres impairs et deux nombres pairs)
- La somme de ces nombres vaut 15
- Il n'est pas possible de mettre un nombre pair (par exemple 2 ou 4) à l'intersection car si on additionne un nombre pair avec un nombre impair (15), ça fait un nombre impair qu'on ne peut pas séparer en deux (car 2 droites) .
- Par contre, si on additionne deux nombres impairs, ça fait un nombre pair et on peut séparer en deux.
- **Conclusion pour ce cas : nombre impair à l'intersection**

# 2 droites et un plot à l'intersection

(2)

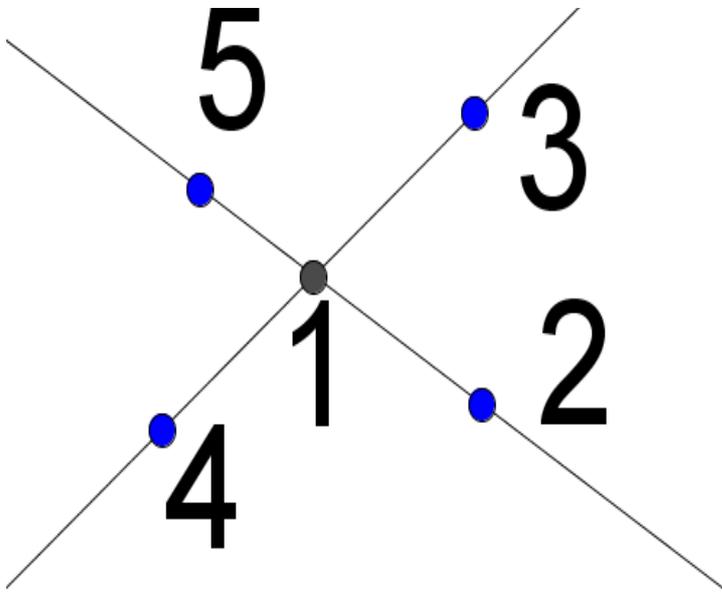
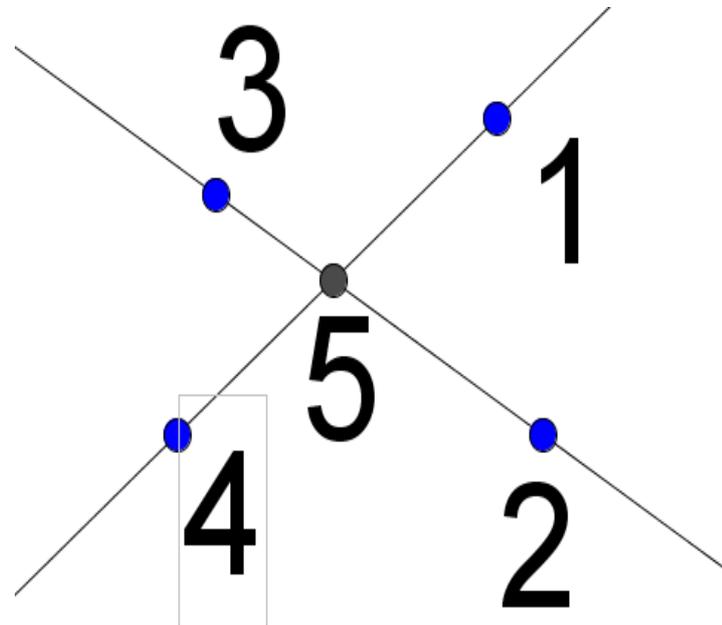


Figure équilibrée avec une Constante magique égale à 8



Collège du Westhoek Coudekerque-Branche

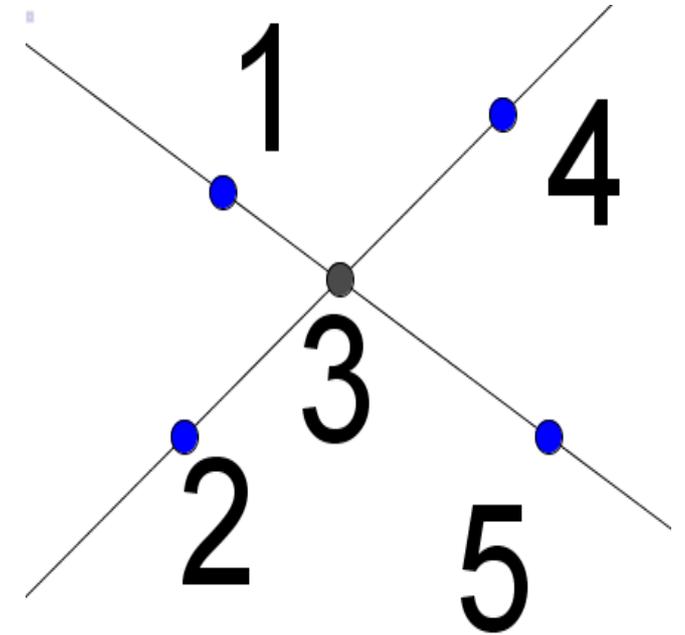


Figure équilibrée avec une Constante magique égale à 9

Figure équilibrée avec une Constante magique égale à 10

# 3 DROITES ET AUCUN PLOT A L'INTERSECTION

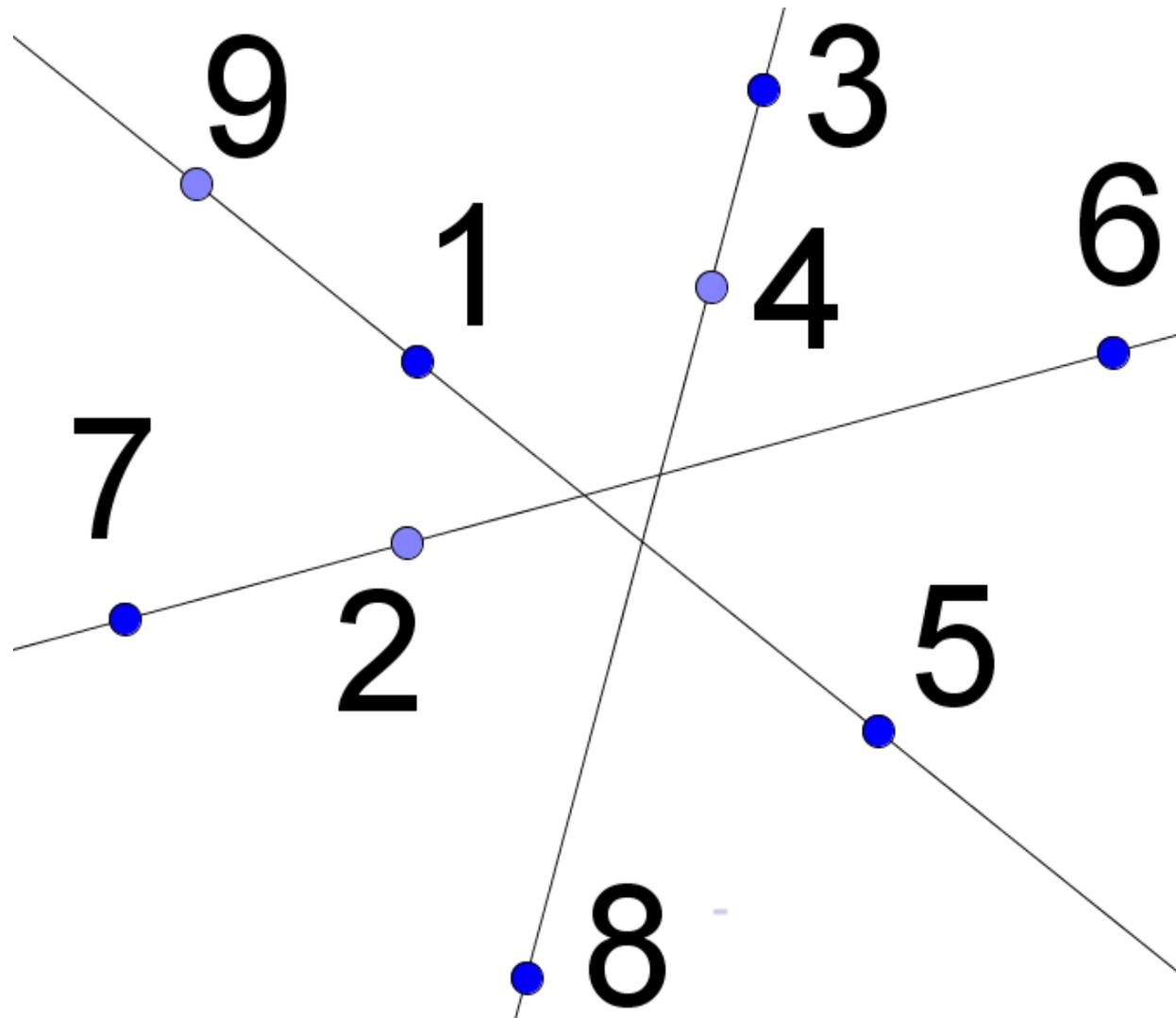


Figure équilibrée avec une  
Constante magique égale  
à 15

# 3 DROITES ET UN PLOT A L'INTERSECTION <sup>(3)</sup>

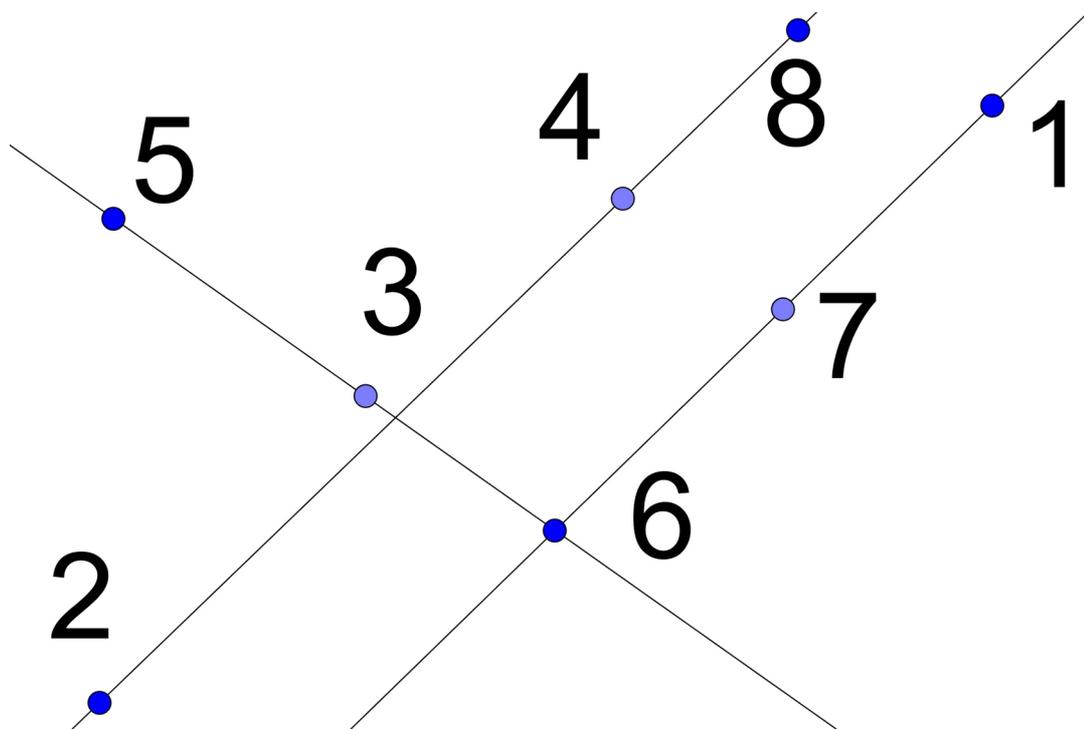


Figure équilibrée avec une  
Constante magique égale à 14

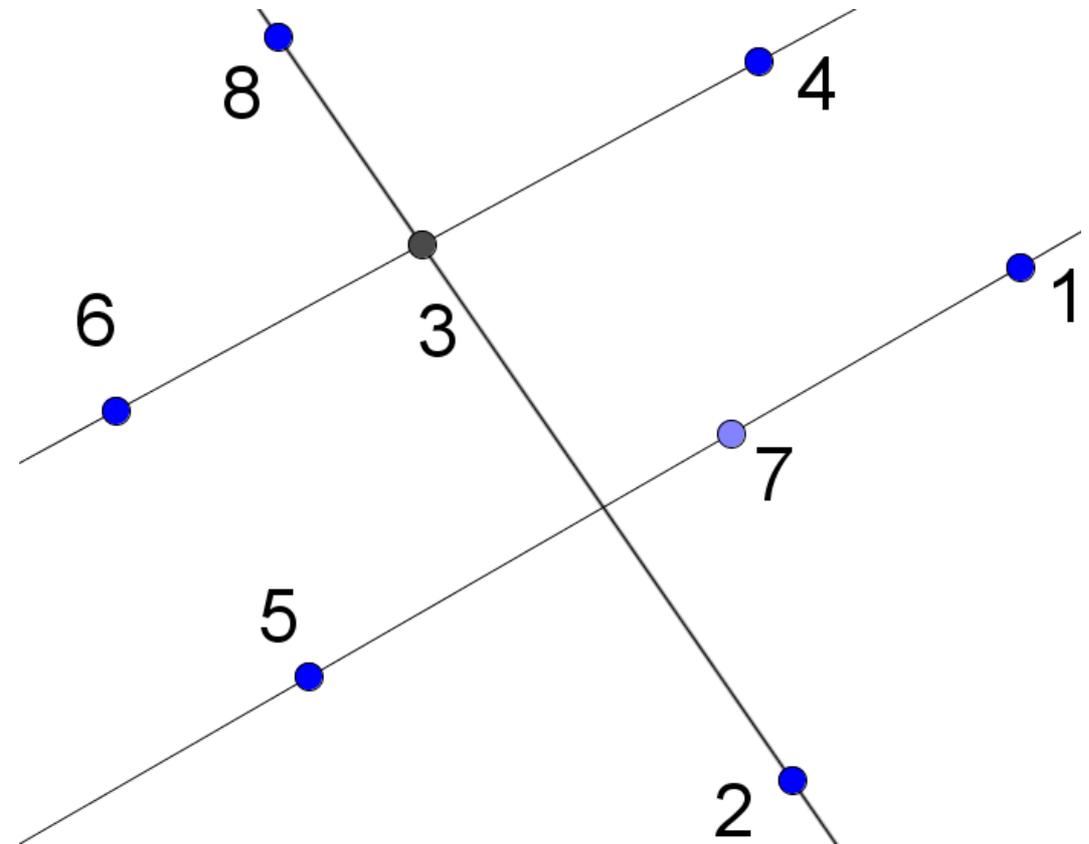


Figure équilibrée avec une  
Constante magique égale à 13

# 3 DROITES ET 2 PLOTS A L'INTERSECTION (4)

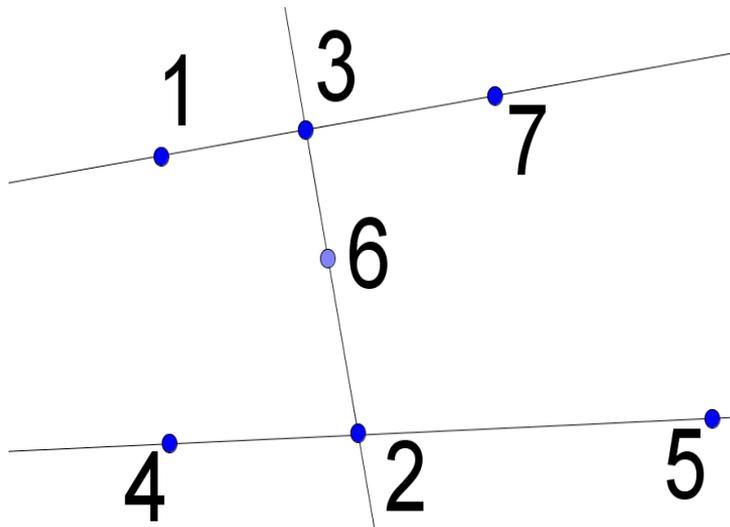


Figure équilibrée avec une Constante magique égale à 11

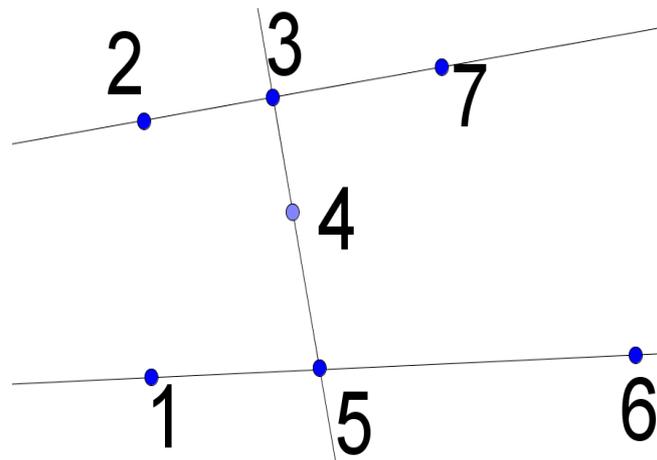


Figure équilibrée avec une Constante magique égale à 12

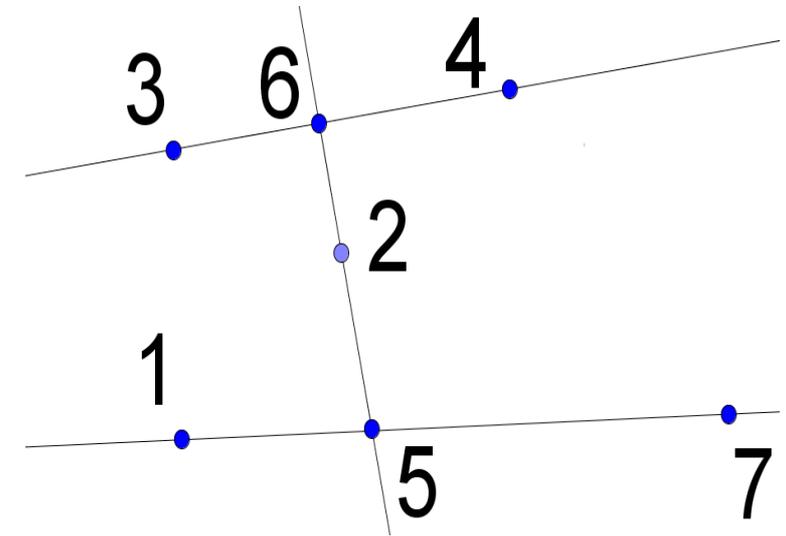
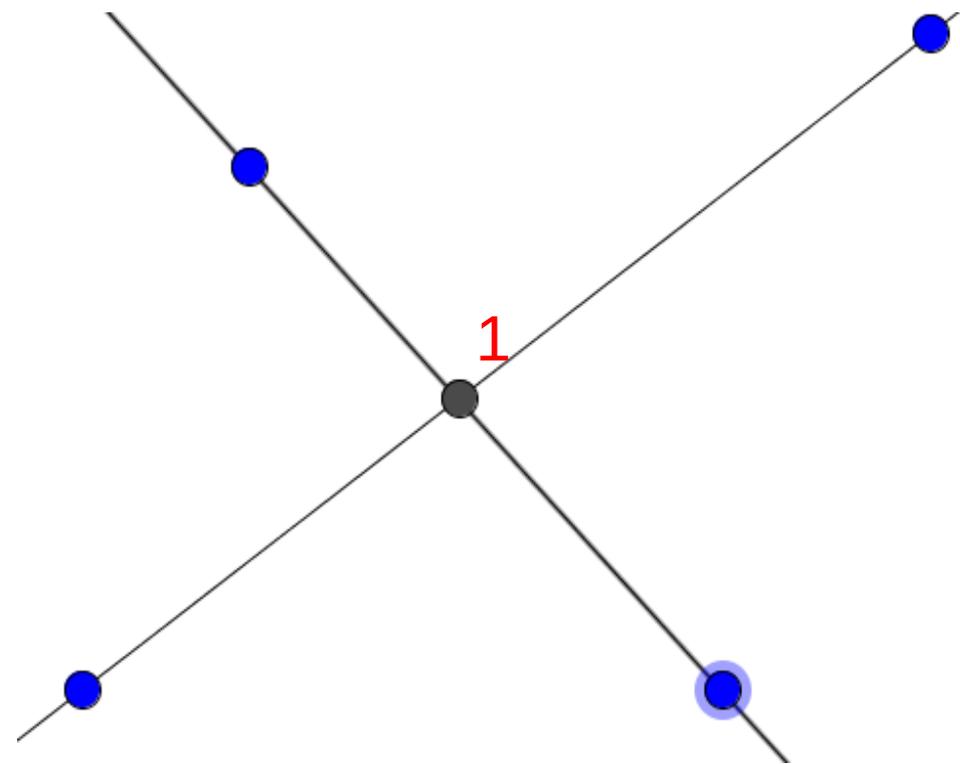


Figure équilibrée avec une Constante magique égale à 13

# TECHNIQUE

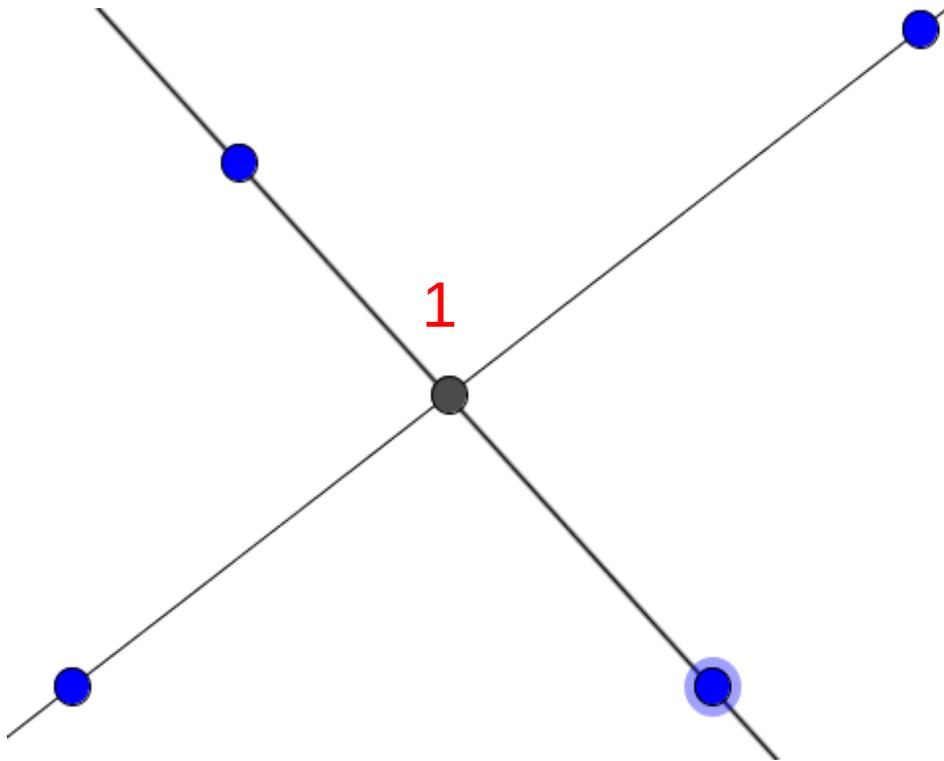
- On additionne tous les nombres que l'on doit placer sur les plots.
- Ensuite, on rajoute autant de fois les nombres aux intersections qu'il y a de droites qui passent par ces plots.  
(5)
- Après on divise le résultat obtenu par le nombre de droites sur la figure.
- Le résultat de la division est la somme que l'on doit obtenir sur chaque droite. Cette somme est la constante magique  
(6).

# Exemple



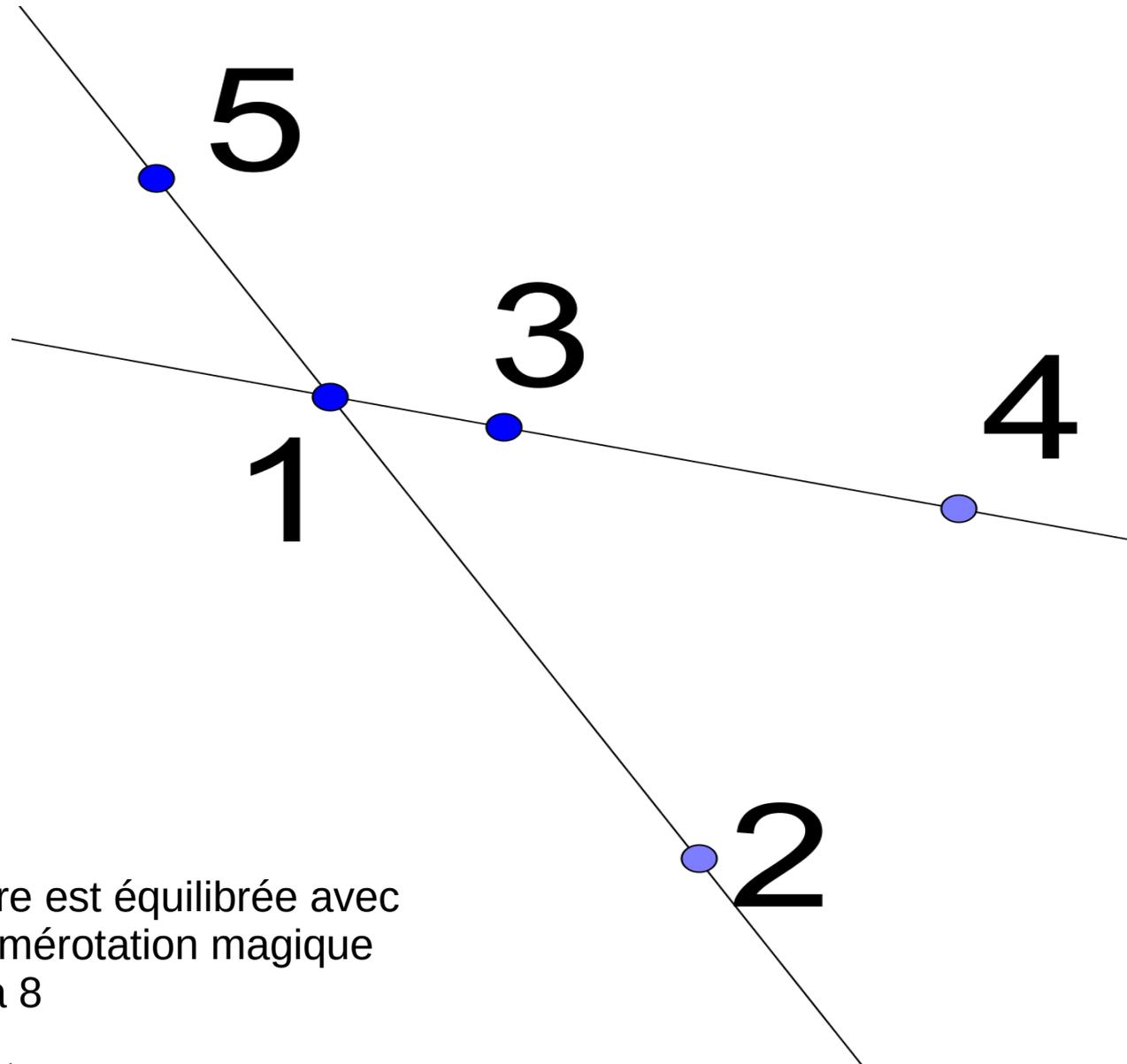
- Sur cette figure on doit placer les nombres de 1 à 5. On les additionne, ce qui fait 15. ( $1+2+3+4+5= 15$ )
- Ensuite, on rajoute le nombre que l'on veut mettre à l'intersection, ici le 1. On le rajoute une fois car il y a 2 droites qui passent par ce plot. Du coup on rajoute 1 à 15, ce qui fait 16. ( $2+2+3+4+5 = 16$ )

# Exemple, suite des explications



- On le divise par 2 comme le nombre de droites .Ce qui fait 8. ( $16:2 = 8$ )
- On doit obtenir 8 sur chaque droite : C'est la constante magique

# Résultat de l'exemple



# Figures possibles et impossibles

	SOMME DES PLOTS	CAS POSSIBLE	CAS IMPOSSIBLE
<del>2 DROITES AUCUN PLOT A L'INTERSECTION (12)</del>	0 (7)	AUCUN	TOUS SONT IMPOSSIBLE
2 DROITES ET 1 PLOT A L'INTERSECTION	15	1 A L'INTERSECTION 3 A L'INTERSECTION 5 A L'INTERSECTION (8)	2 A L'INTERSECTION 4 A L'INTERSECTION
3 DROITES AUCUN PLOT A L'INTERSECTION	45	DROITE 1 : 9, 1, 5 DROITE 2 : 4, 8, 3 DROITE 3 : 7, 2, 6	TOUS LES AUTRES (9)
3 DROITES ET 2 PLOTS AUX INTERSECTIONS	28	CAS 1 : 3 ET 2 AUX INTERSECTIONS CAS 2 : 3 ET 5 AUX INTERSECTIONS	

# Figures possibles et impossibles

		CAS 3 : 6 ET 5 AUX INTERSECTIONS	LES AUTRES FIGURES SONT IMPOSSIBLES (10)
3 DROITES ET 1 PLOT A L'INTERSECTION (11)	36	CAS 1 : 6 à l'intersection CAS 2 : 3 A L'INTERSECTION	LES AUTRES FIGURES SONT IMPOSSIBLES
5 DROITES ET UN PLOT A L'INTERSECTION	66 (12)	CAS 1 : 1 A L'INTERSECTION CAS 2 : 6 A L'INTERSECTION	LES AUTRES FIGURES SONT IMPOSSIBLES

# Conclusion

- Ce n'est pas difficile d'obtenir une figure équilibrée (3 plots sur une droite)
- C'est plus difficile d'obtenir une numérotation magique (même somme sur chaque droite)
- La technique est simple à utiliser et aide beaucoup pour obtenir une numérotation magique
- Plus il y a de droites , plus c'est difficile de trouver une numérotation magique

# Notes d'édition

- (1) Si il n'y a pas de plot à l'intersection des deux droites, alors on 3 plots sur chaque droite, soit 6 plots numérotés de 1 à 6, et le total doit se diviser en deux sommes égales sur chacune des deux droites.
- (2) A-t-on obtenu ici tous les cas possibles pour deux droites concourantes ?
- (3) Un plot sur une seule des intersections de deux des droites, pas de plot aux autres points d'intersection de deux droites.
- (4) Un plot sur deux des intersections de deux droites, pas de plot sur la troisième intersection de deux droites (si elle existe).
- (5) Il faut d'abord fixer les numéros attribués aux plots sur les points d'intersection de deux (ou plus) droites, si il y a des plots sur l'un de ces points d'intersection. Ensuite « on rajoute autant de fois les nombres aux intersections qu'il y a de droites qui passent par ces plots » **moins une fois**, car le plot est déjà compté une fois dans la somme des nombres.
- (6) Et la division doit tomber juste.

## Notes d'édition (suite)

(7) La somme des plots, c'est :  $1+2+3+4+5+6 = 21$ .

(8) Les solutions sont données sur la [diapositive n°6](#)

(9) Il y a au moins une autre solution ((1,6,8), (2,4,9), (3,5,7))

(10) Non : il y a d'autres configuration possible (avec, par exemple, avec 1 et 4 aux intersections etc.). Lecteurs et lectrices les trouveront.

(11) Cela veut dire que, à l'intersection de deux des droites, on installe un plot et qu'il n'y a pas de plot aux autres intersection de deux droites. Les trois droites ne sont pas concourantes.

(12) Ça commence mal pour traiter ce cas : la somme est égale à 105 ; nous laissons lectrices et lecteurs terminer cette étude de 5 droites avec un plot à l'intersection de deux des droites, pas de plot aux autres intersections de deux droites.