

LE JEU DU « QUI CHAT PEUT ÊTRE ? »

Année 2016 - 2017

Auteurs : Amélie De Castro, Baptiste Gaschet, Camille Ould Ali, élèves de terminale S
Mathys Grandet, élève de 1^{ère} S.

Établissement : Lycée Maurice Genevoix, Ingré (Loiret)

Enseignante : Caroline Rougerie

Chercheur : Philippe Grillot, Université d'Orléans

Nous avons élaboré notre propre jeu du « qui est-ce ? » où la personne interrogée a le droit de mentir une fois.

LE JEU DU « QUI CHAT PEUT ÊTRE ? »



Nous avons cherché à savoir de combien de caractéristiques on avait besoin pour distinguer les personnages, dans un premier temps sans mensonge, puis ensuite avec un mensonge.

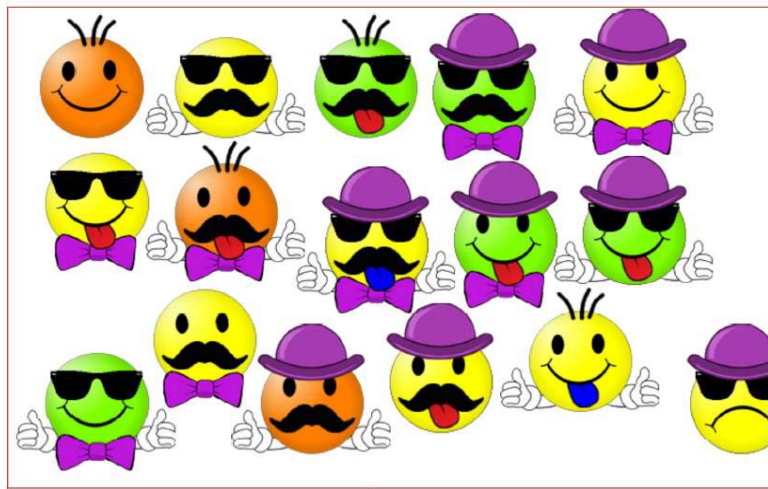
Nous nous sommes aperçus que s'il était assez simple de détecter un mensonge, il était beaucoup plus difficile à identifier et à corriger.

Voici les principaux résultats que nous avons établis et qui sont importants pour notre jeu :

- ✧ 4 caractéristiques permettent d'obtenir 16 personnages différents (pour nous, ce seront des chats). Ainsi, poser 4 questions suffit toujours pour retrouver le chat choisi par le spectateur.
- ✧ Rajouter un critère (et poser une question supplémentaire) permet de savoir si la personne interrogée a menti, ou pas.
- ✧ Rajouter 3 critères supplémentaires permet de détecter et corriger un mensonge potentiel.

1. INTRODUCTION : PRÉSENTATION DU SUJET.

Voici la grille qu'on nous a montrée :



Notre mission : réussir à trouver le personnage choisi malgré un mensonge de la personne interrogée !

On a d'abord joué au jeu du « qui est-ce ? » à partir de cette image avec les règles classiques : retrouver le personnage choisi par quelqu'un, en lui posant le moins de questions possibles, sans mensonge possible.

Très vite, nous nous sommes aperçus que certains critères étaient beaucoup plus présents que d'autres (le chapeau, le nœud-papillon, les mains, la langue, par exemple) et que certains détails n'avaient pas forcément d'importance : la couleur de la langue, la forme de la bouche du personnage...

À partir de ça, on a voulu construire notre propre grille.

On a alors passé quelques séances à étudier le jeu du « qui est ce ? » sans mensonge. Voici nos résultats.

2. LE JEU DU QUI EST-CE ? » SANS MENSONGE.

2.1. Règles du jeu et objectifs :

But de jeu : Retrouver le personnage choisi par la personne.

Règles du jeu :

- ☐ Choisir un chat sans le dire aux personnes devant le rechercher.
- ☐ Répondre aux questions par OUI ou NON.
- ☐ Ne pas mentir.

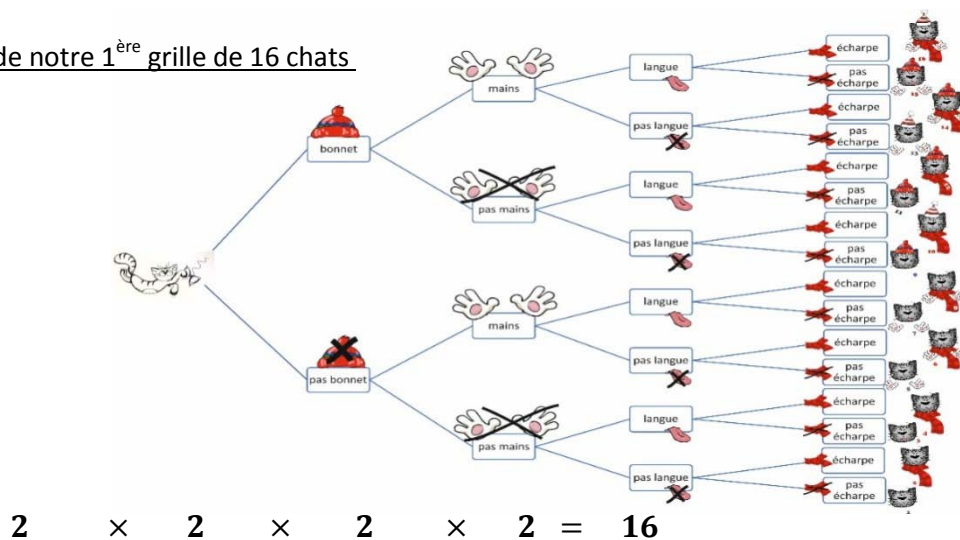
2.2. Résultats :

Propriété 1 : Quatre critères distincts permettent de définir 16 personnages différents.

Illustration de la construction de notre 1^{ère} grille de 16 chats

Nos critères :

- ☐ Bonnet
- ☐ Mains
- ☐ Langue
- ☐ Écharpe



Propriété 2 : À chaque chat peut être attribué un nombre de 1 à 16 qui le définira.

Principe :

- ☐ Poser les questions, toujours dans le même ordre.
- ☐ Coder les réponses aux questions par :
 - ☐ 0 si la personne interrogée répond « non »;
 - ☐ 1 si la personne interrogée répond « oui ».
- ☐ Attribuer au chat décrit le nombre écrit en binaire grâce aux réponses données.

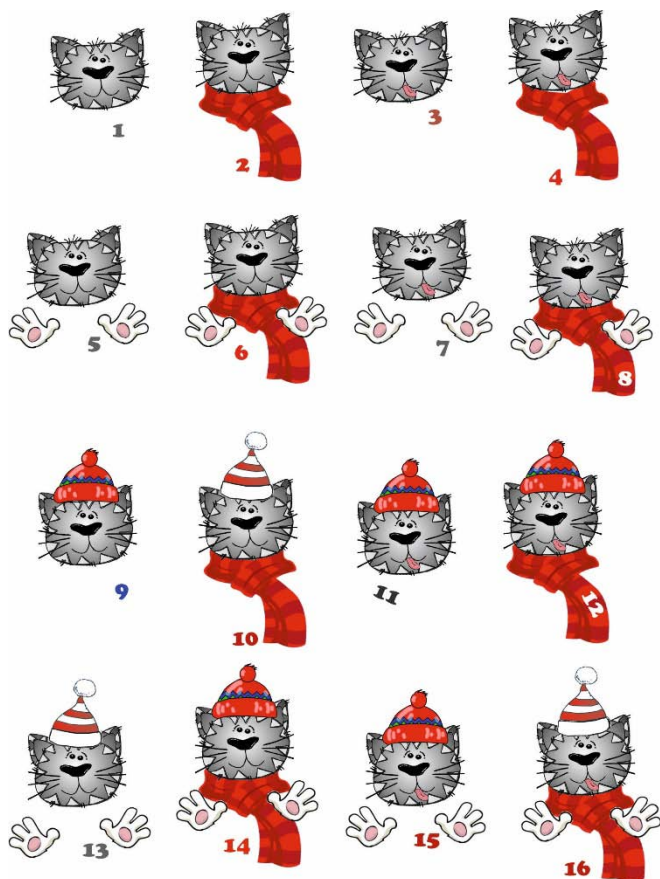
Exemple : Voici sur un exemple comment nous numérotons nos chats.



8	4	2	1	Total
Bonnet ?	Mains ?	Langue ?	Écharpe ?	
Oui	Oui	Non	Non	1×8 $+ 1 \times 4$ $+ 0 \times 2$ $+ 0 \times 1$
1	1	0	0	= 12

Nous avons choisi de numéroter nos chats de 1 à 16, pas de 0 à 15 (le chat « sans rien » portera le numéro 1 pas le 0). On ajoute donc 1 au total obtenu. **Ce chat portera donc le numéro 13.**

Voici la grille avec les numéros : Théorème :



Quatre questions sont nécessaires, et suffisent toujours, pour être certain de retrouver le chat choisi par la personne interrogée.

Chaque question élimine la moitié des chats restants.

Un exemple de partie :

- ☐ A-t-il un bonnet ? Oui.
- ☐ Voit-on ses mains ? Non.
- ☐ Voit-on sa langue ? Oui.
- ☐ A-t-il une écharpe ? Oui.



8	4	2	1
Bonnet ?	Mains ?	Langue ?	Écharpe ?
1	0	1	1

Total = 8 + 2 + 1 = 11 Numéro du chat = 11 + 1 = 12.

2.3. Prolongements :

On nous a demandé comment nous ferions si nous avions à travailler avec un nombre imposé de personnages à distinguer. On a cherché avec 20 chats à distinguer par exemple : comme $16 > 20$, nos 4 critères ne suffisent pas, il faut en rajouter un et faire comme si on avait 32 chats ($32 = 2^5$). Finalement, il faut trouver la première puissance de 2 qui dépasse le nombre de chats à différencier. Comme ça, on trouve le nombre de critères à utiliser.

3. NOTRE JEU : LE « QUI CHAT PEUT ÊTRE ? » POUR LES GENS HONNÊTES... ET CEUX QUI LE SONT UN TOUT PETIT PEU MOINS...

3.1. Règles du jeu et objectifs :

But de jeu : Retrouver le personnage choisi par la personne.

Règles du jeu :

- ☐ Les règles sont les mêmes que le jeu précédent.
- ☐ Cette fois-ci, il est possible de mentir **mais pas plus d'une fois**

On a d'abord réussi à détecter le mensonge mais sans pouvoir le localiser...

3.2. Un premier résultat : la détection d'un mensonge.

Lemme :

- ☐ Quand on ajoute 0 à une somme de nombres choisis parmi 0 et 1, la somme obtenue conserve la même parité.
- ☐ Quand on rajoute 1 à une somme de nombres choisis parmi 0 et 1, on change la parité de la somme obtenue.

Propriété 3 : En rajoutant un critère, on peut détecter un éventuel mensonge.

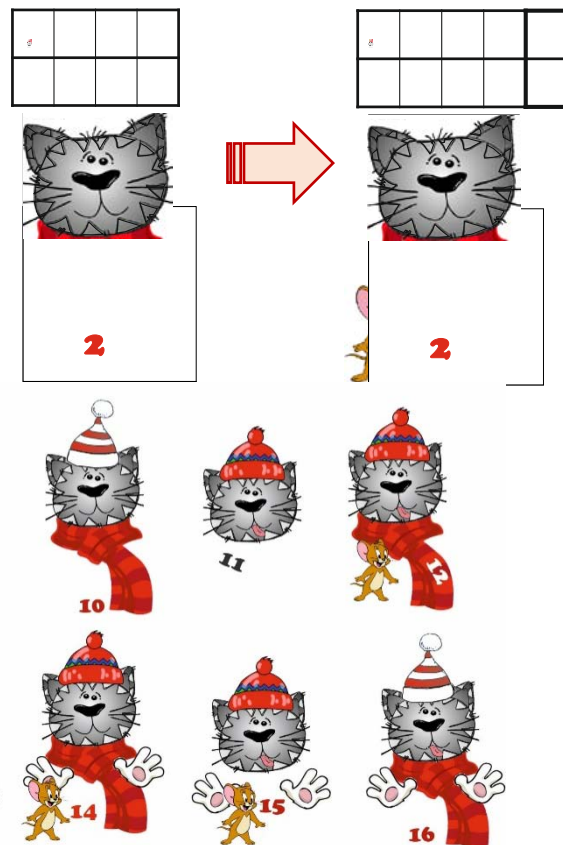
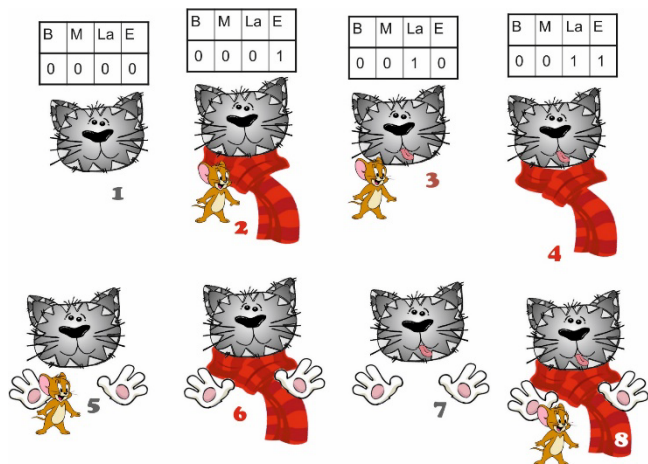
Principe de la méthode : Le critère supplémentaire est complété de telle sorte que le total des critères codés par des 0 et des 1 soit toujours pair.

Exemple :

Le chat « numéro 2 » a juste une écharpe
donc le total des quatre critères est impair.

Nous rajoutons donc un critère, ici une souris,
pour que le total des cinq critères soit pair.

La nouvelle grille complétée selon cette méthode :



Exemple d'application : Voici les réponses données par une personne interrogée.

Bonnet	Mains	Langue	Écharpe	Souris
0	1	1	0	1

Le total de ses réponses est impair :
on détecte donc un mensonge.

Remarques :

- ☐ Le mensonge est détecté mais il n'est pas identifié et ne peut donc pas être corrigé.
- ☐ Si la personne interrogée ment deux fois, cet ajout ne permet même pas de détecter qu'il y a eu ces mensonges.

Et voici le résultat qui nous aura demandé beaucoup de travail et
de tentatives ratées mais dont nous sommes le plus heureux.

Notre idée : Recouper les informations pour « localiser » le mensonge.

3.3. Détection et correction d'un mensonge.

Nous avons mis en application ce que nous avons trouvé auparavant.

Sur le principe de la propriété 3, nous avons donc rajouté des critères sur nos personnages et fait des regroupements ; on a alors vu qu'avec trois critères supplémentaires nous pouvions détecter et corriger le mensonge.



Théorème :

Avec 3 critères supplémentaires, on peut détecter et corriger un mensonge en faisant des regroupements.

Les regroupements retenus sont les suivants :

- ☐ Bonnet, couleur, mains, langue ;
- ☐ Mains, langue, écharpe, lunettes ;
- ☐ Bonnet, mains, écharpe, poisson.

Les compléments se font à chaque fois sur le principe énoncé dans la propriété 3 :

Pour chaque regroupement, le critère supplémentaire est complété de telle sorte que le total des critères codés par des 0 et des 1 soit toujours pair.



Nous avons ainsi construit notre propre grille.

Exemple : « Naissance d'un chat »



- ☐ Voit-on ses mains ? Non. 0
 - ☐ Voit-on sa langue ? Oui. 1
 - ☐ A-t-il une écharpe ? Non. 0
 - ☐ Il portera donc des lunettes, 1
- pour que le total soit pair.**

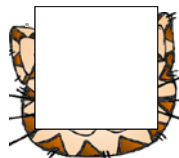


- ☐ A-t-il un bonnet ? Non. 0
 - ☐ Voit-on ses mains ? Non. 0
 - ☐ Voit-on sa langue ? Oui. 1
 - ☐ On choisit donc de le colorier en marron, 1
- pour que le total soit pair.**



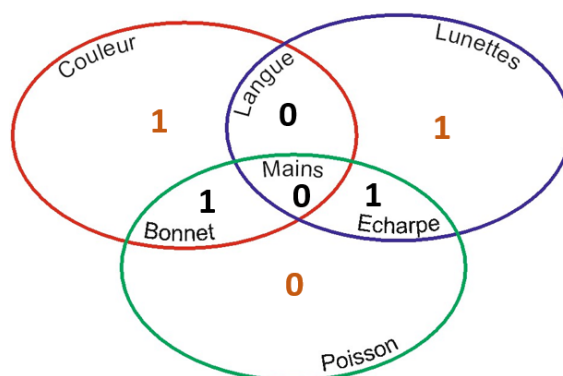
- ☐ A-t-il un bonnet ? Non. 0
 - ☐ Voit-on ses mains ? Non. 0
 - ☐ Porte-t-il une écharpe ? Non. 0
 - ☐ Il n'aura donc pas de poisson. 0
- pour que le total soit pair.**

Voici donc notre chat n° 3 « tout habillé » :



Notre professeur nous a montré un schéma qui nous permet d'expliquer facilement notre travail :

Un chat « tout nu »



Le même chat « habillé par nos soins »



On complète chaque « cercle » en rajoutant un critère afin que le total de chacun des regroupements soit pair. C'est sur ce principe qu'ont été conçus nos chats et que nous avons pu établir **NOTRE GRILLE À NOUS (!)**.

Ce schéma permet aussi de voir que ces 3 ajouts suffisent mais que 2 seulement ne faisaient pas assez pour « isoler » le mensonge.

Par exemple, si le mensonge porte sur la langue, on le repérera car la langue est la seule caractéristique dans le regroupement rouge et dans le bleu mais pas dans le vert.

Nos 3 groupes peuvent se découper en 7 parties qui correspondent chacune précisément à un de nos critères.

Cela nous a aussi permis de programmer notre jeu en codant ces regroupements en binaire.

NOTRE GRILLE DU « QUI CHAT PEUT ÊTRE ? »

Et oui, il faut le dire, c'est Baptiste qui a trouvé ce nom pendant l'épreuve de SVT du bac blanc...

Comme quoi, nous nous sommes tellement pris au jeu que même durant nos épreuves nous l'avions en tête et réfléchissions à son avancement !

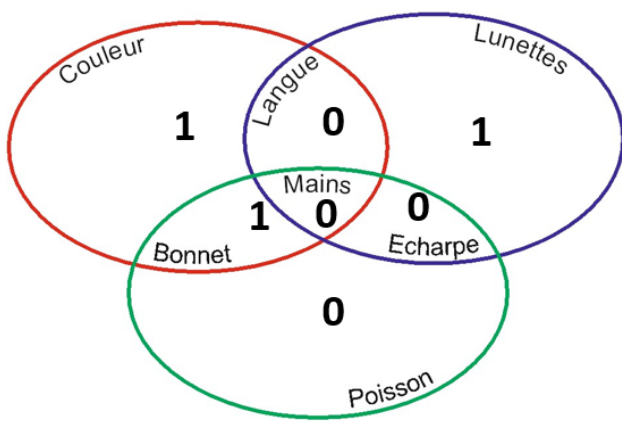


Après toutes ces réflexions, ces arrachages de cheveux, des recherches qui n'aboutissaient pas forcément, nous sommes toujours là et nous avons relevé notre défi puisque nous savons maintenant détecter et corriger un mensonge pour retrouver le chat choisi :

Théorème :

Sept questions sont nécessaires, et suffisent toujours, pour être certain de retrouver le chat choisi.

Explications : Imaginons que la personne interrogée nous donne les réponses indiquées dans le schéma.



Ça devrait nous donner ce chat-là...
Qui « n'existe pas ».



- ☐ Le groupe rouge donne une somme paire : pas de mensonge pour ces 4 questions.
- ☐ Le groupe bleu et le groupe vert donnent une somme impaire : le mensonge se trouve dans le groupe bleu et dans le groupe vert.

Puisqu'il n'y a qu'un mensonge possible, le mensonge porte forcément sur l'écharpe !

Une fois ce mensonge corrigé, nous obtenons donc ce chat :



3.4. Comment on retrouve vite le numéro du chat...

Pour faire le tour, on travaille toujours en équipe : on veut pouvoir le faire sans rien écrire.

- On s'occupe chacun d'un regroupement (ce qui nous a encore fait changer l'ordre des questions pour que ce soit plus facile...).
- On repère chacun si le mensonge porte sur une question de notre regroupement puis on met nos résultats en commun. Ça nous permet de localiser le mensonge (et s'il y en a un).
- On peut alors retrouver le chat choisi...

On a aussi commencé à réfléchir à programmer notre jeu et ça nous a aidé à y voir plus clair.

Au début, on cherchait à tout retenir pour retrouver le chat choisi mais on s'est ensuite rendu compte qu'on avait besoin que de nos quatre critères « principaux », ceux du début (du jeu sans mensonge).

- Une fois les quatre valeurs des critères principaux corrigées (si besoin), on retrouve le chat choisi en calculant son numéro grâce à la propriété 2.
- Sur la grille en spirale que nous proposons pour le tour, les chats ne portent plus de numéro mais comme on les a organisés en spirale, on sait retrouver le bon chat.

3.5. Algorithme de notre jeu :

Cet algorithme permet de retrouver le chat choisi par l'utilisateur, malgré un mensonge potentiel.

Entrées

Afficher image

Afficher « Choisir un chat puis répondre aux questions posées. Il est possible de mentir une fois. Pas plus. »

Afficher « Le chat choisi porte-t-il un bonnet ? »	Demander « Si oui, taper 1 ; si non taper 0 », q1
Afficher « Le chat choisi est-il marron ? »	Demander « Si oui, taper 1 ; si non taper 0 », q2
Afficher « Voit-on les mains du chat choisi ? »	Demander « Si oui, taper 1 ; si non taper 0 », q3
Afficher « Voit-on la langue du chat choisi ? »	Demander « Si oui, taper 1 ; si non taper 0 », q4
Afficher « Le chat choisi porte-t-il une écharpe ? »	Demander « Si oui, taper 1 ; si non taper 0 », q5
Afficher « Le chat choisi porte-t-il des lunettes ? »	Demander « Si oui, taper 1 ; si non taper 0 », q6
Afficher « Voit-on un poisson à côté du chat choisi ? »	Demander « Si oui, taper 1 ; si non taper 0 », q7

Traitement

e1 reçoit le reste de la division euclidienne de $(q1+q2+q3+q4)$ par 2

e2 reçoit le reste de la division euclidienne de $(q3+q4+q5+q6)$ par 2

e3 reçoit le reste de la division euclidienne de $(q1+q3+q5+q7)$ par 2

E reçoit $e1+2*e2+4*e3$

Si $E=7$ alors q3 reçoit le reste de la division euclidienne de $q3 +1$ par 2

Si $E = 6$ alors q5 reçoit le reste de la division euclidienne de $q5+1$ par 2

si $E = 5$ alors q1 reçoit le reste de la division euclidienne de $q1+1$ par 2

Si $E=3$ alors q4 reçoit le reste de la division euclidienne de $q4+1$ par 2

R reçoit $8*q1 + 4*q3 + 2*q4 + q5 + 1$

Sortie

Afficher « Le chat choisi porte le numéro », R

Mathys a programmé notre jeu en langage PYTHON et a complété ce premier travail en renvoyant également la caractéristique sur laquelle porte le mensonge.

3.6. Script PYTHON :

```
print("Choisissez un chat puis répondez aux questions posées.")
print("Vous avez la possibilité de mentir une fois. Pas plus.")
print("Pour chacune des questions suivantes, tapez 1 pour OUI; tapez 0 pour NON.")
print("\nLe chat choisi porte-t-il un bonnet ?\n")
q1 = input()
print("Le chat choisi est-il marron ?\n")
q2 = input()
print("Voit-on les mains du chat choisi ?\n")
q3 = input()
print("Voit-on la langue du chat choisi ?\n")
q4 = input()
print("Le chat choisi porte-t-il une écharpe ?\n")
q5 = input()
print("Le chat choisi porte-t-il des lunettes ?\n")
q6 = input()
print("Voit-on un poisson à côté du chat choisi ?\n")
q7 = input()
```

```
q1 = int(q1)
q2 = int(q2)
q3 = int(q3)
q4 = int(q4)
q5 = int(q5)
q6 = int(q6)
q7 = int(q7)
```

Les variables q_i correspondent aux réponses données par le spectateur, codées par : 0 pour « non » et 1 pour « oui ».

Les lignes ci-contre les définissent comme des nombres entiers pour permettre les calculs qui vont suivre.

```
e1 = (q1 + q2 + q3 + q4) % 2
e2 = (q3 + q4 + q5 + q6) % 2
e3 = (q1 + q3 + q5 + q7) % 2
E = e1 + 2 * e2 + 4 * e3
```

Les variables e_i donnent la parité des sommes associées aux réponses de chaque regroupement (cf. théorème p.7).

Elles prennent la valeur 0 si le total du groupe est pair, 1 sinon. Elles témoignent de la présence ou non d'un mensonge pour le groupe de questions.

La variable E renvoie un nombre permettant d'identifier la position du mensonge (on compte une nouvelle fois en base 2).

```
if E == 7:
    q3 = (q3 + 1) % 2
elif E == 6:
    q5 = (q5 + 1) % 2
elif E == 5:
    q1 = (q1 + 1) % 2
elif E == 3:
    q4 = (q4 + 1) % 2
```

```
R = 8 * q1 + 4 * q3 + 2 * q4 + q5 + 1
print("Le chat choisi porte le numéro", R, )
```

R renvoie le numéro du chat choisi et retrouvé après correction du mensonge.

```
a = 0
b = 0
c = 0
```

```
if e1 != 0:
a = 1
else :
a = 0
```

```
if e2 != 0:
b = 1
else :
b = 0
```

```
if e3 != 0 :
c = 1
else :
c = 0
```

```
s123 = a + b + c
s12 = a + b
s13 = a + c
s23 = b + c
```

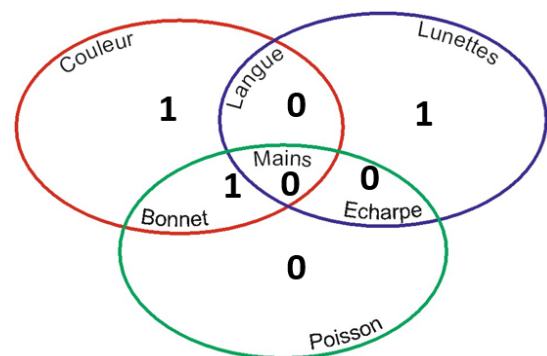
```
if s12 == 2 and s123 != 3 :
print("vous avez menti sur la langue !")
elif s23 == 2 and s123 != 3 :
print("vous avez menti sur la l'écharpe !")
elif s13 == 2 and s123 != 3 :
print("vous avez menti sur le bonnet !")
elif s123 == 3 :
print("vous avez menti sur les mains !")
elif a == 1 and s12 != 2 and s13 != 2 and s123 != 3 :
print("vous avez menti sur la couleur du chat !")
elif b == 1 and s12 != 2 and s23 != 2 and s123 != 3 :
print("vous avez menti sur les lunettes !")
elif c == 1 and s23 != 2 and s13 != 2 and s123 != 3 :
print("vous avez menti sur le poisson !")
else :
print("vous êtes un ange...vous n'avez pas menti !")
```

```
os.system("pause") \(1\)
```

Les variables a, b et c témoignent de la présence ou non d'un mensonge dans chacun des trois regroupements. Les différentes instructions conditionnelles « collent » à la réalisation pratique du tour par Amélie, Baptiste et Camille (c, a et b...) lors de leurs présentations du jeu.

[Note de leur professeur]

Il faut avoir en tête le schéma de la page 8 avec les 3 ensembles et leurs intersections pour comprendre le rôle des variables s123, s12, s13... Elles correspondent au cumul d'anomalies observées dans les regroupements notés en indice.



Ici s123 vaut 2 : deux regroupements présentent une « anomalie ». De plus, s23 vaut 2 cela signifie que le mensonge porte sur une question commune aux groupes 2 et 3 (le bleu et le vert) sans être dans le groupe 1 (le rouge) puisque s123=s23=2. Le mensonge porte donc sur l'écharpe.

3.7. Prolongements :

- Nous nous sommes demandé comment faire si la personne mentait deux fois : on pense qu'il faut rajouter au moins deux critères supplémentaires mais nous n'avons pas encore eu le temps de résoudre ce nouveau problème...
- Mathys est chargé de travailler à une version de notre jeu où l'image avec nos chats apparaîtrait et qui fonctionnerait sur mobiles et tablettes. Affaire à suivre !

4. CONCLUSION :

Nous avons présenté notre jeu aux élèves de 1^{ère} S du lycée pendant la semaine des maths et lors du congrès Maths en Jeans de Nantes. Nous avons même participé au salon des jeux mathématiques à Paris où nous avons obtenu la première mention du prix André Parent 2017. C'était vraiment une super expérience !!!

Note d'édition

(1) Cette instruction ne fonctionne pas sur tous les systèmes, on peut l'enlever sans nuire au reste du programme.