

Une propriété des entiers naturels

Collège des explorateurs Cergy 2004

Que se passe-t-il si partant d'un entier naturel, on fait la somme des carrés de ses chiffres puis si on recommence avec la somme obtenue, puis qu'on recommence encore avec la somme obtenue etc....etc....

Calculs :

Par exemple si on part de 2583 on obtient d'abord $2 \times 2 + 5 \times 5 + 8 \times 8 + 3 \times 3 = 102$, puis $1 \times 1 + 0 \times 0 + 2 \times 2 = 5$, puis $5 \times 5 = 25$, puis $2 \times 2 + 5 \times 5 = 29$, puis $2 \times 2 + 9 \times 9 = 85$...

Sujet proposé par M. COLADO.

Présenté par Leslie Pontalba (5è) et Antony Luu(3e)

Premiers calculs :

$14569 = 1 \times 1 + 4 \times 4 + 5 \times 5 + 6 \times 6 + 9 \times 9 = 159$, puis $1 \times 1 + 5 \times 5 + 9 \times 9 = 107$, puis $1 \times 1 + 7 \times 7 = 50$, puis $5 \times 5 = 25$, puis $2 \times 2 + 5 \times 5 = 29$, puis $2 \times 2 + 9 \times 9 = 85$, puis $8 \times 8 + 5 \times 5 = 89$...

$13 = 1 \times 1 + 3 \times 3 = 10$, puis $1 \times 1 + 0 \times 0 = 1$, puis $1 \times 1 = 1$...

$15 = 1 \times 1 + 5 \times 5 = 26$, puis $2 \times 2 + 6 \times 6 = 40$, puis $4 \times 4 + 0 \times 0 = 16$, puis $1 \times 1 + 6 \times 6 = 37$, puis $3 \times 3 + 7 \times 7 = 58$, puis $5 \times 5 + 8 \times 8 = 89$, puis 145...

Pour le moment, nous nous sommes toujours arrêtés au nombre entier 89.

Nous avons aussi remarqué, qu'avant d'arriver au nombre entier 89, nous passons toujours par les nombres entiers 58 ou 85. Pourtant nos camarades du collège Gérard Philippe s'arrêtent toujours au nombre entier 37. En observant nos calculs, nous avons remarqué que l'on passe par ces deux entiers.

Remarques :

Si je prends le nombre entier 1903, et que j'inverse ses chiffres en mettant par exemple 1039, j'obtiens toujours le même résultat.

Dans un nombre entier choisi au départ, je peux rajouter autant de 0 que je le veux, j'obtiens toujours le même résultat.

Bilan :

Tous les nombres surlignés en **bleu** sont des nombres qui aboutissent au bout d'un moment à 1. Ceux surlignés en **rose** sont des nombres qui, quand il passe par le nombre 4, répètent sans cesse une boucle.

Test avec les nombres de 1 à 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81
82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99
100								

Test avec les nombres de 101 à 200

101	102	103	104	105	106	107	108	109
110	111	112	113	114	115	116	117	118
119	120	121	122	123	124	125	126	127
128	129	130	131	132	133	134	135	136
137	138	139	140	141	142	143	144	145
146	147	148	149	150	151	152	153	154
155	156	157	158	159	160	161	162	163
164	165	166	167	168	169	170	171	172
173	174	175	176	177	178	179	180	181
182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199
200								

Test avec les nombres de 201 à 300

201	202	203	204	205	206	207	208	209
210	211	212	213	214	215	216	217	218
219	220	221	222	223	224	225	226	227
228	229	230	231	232	233	234	235	236
237	238	239	240	241	242	243	244	245
246	247	248	249	250	251	252	253	254
255	256	257	258	259	260	261	262	263
264	265	266	267	268	269	270	271	272
273	274	275	276	277	278	279	280	281
282	283	284	285	286	287	288	289	290
291	292	293	294	295	296	297	298	299
300								

Test avec les nombres de 301 à 400

301	302	303	304	305	306	307	308	309
310	311	312	313	314	315	316	317	318
319	320	321	322	323	324	325	326	327
328	329	330	331	332	333	334	335	336
337	338	339	340	341	342	343	344	345
346	347	348	349	350	351	352	353	354
355	356	357	358	359	360	361	362	363
364	365	366	367	368	369	370	371	372
373	374	375	376	377	378	379	380	381
382	383	384	385	386	387	388	389	390
391	392	393	394	395	396	397	398	399
400								

Test avec les nombres de 401 à 500

401	402	403	404	405	406	407	408	409
410	411	412	413	414	415	416	417	418
419	420	421	422	423	424	425	426	427
428	429	430	431	432	433	434	435	436
437	438	439	440	441	442	443	444	445
446	447	448	449	450	451	452	453	454
455	456	457	458	459	460	461	462	463
464	465	466	467	468	469	470	471	472
473	474	475	476	477	478	479	480	481
482	483	484	485	486	487	488	489	490
491	492	493	494	495	496	497	498	499
500								

Test avec les nombres de 501 à 600

501	502	503	504	505	506	507	508	509
510	511	512	513	514	515	516	517	518
519	520	521	522	523	524	525	526	527
528	529	530	531	532	533	534	535	536
537	538	539	540	541	542	543	544	545
546	547	548	549	550	551	552	553	554
555	556	557	558	559	560	561	562	563
564	565	566	567	568	569	570	571	572
573	574	575	576	577	578	579	580	581
582	583	584	585	586	587	588	589	590
591	592	593	594	595	596	597	598	599
600								

Test avec les nombres de 601 à 700

601	602	603	604	605	606	607	608	609
610	611	612	613	614	615	616	617	618
619	620	621	622	623	624	625	626	627
628	629	630	631	632	633	634	635	636
637	638	639	640	641	642	643	644	645
646	647	648	649	650	651	652	653	654
655	656	657	658	659	660	661	662	663
664	665	666	667	668	669	670	671	672
673	674	675	676	677	678	679	680	781
682	683	684	685	686	687	688	689	690
691	692	693	694	695	696	697	698	699
700								

Test avec les nombres de 701 à 800

701	702	703	704	705	706	707	708	709
710	711	712	713	714	715	716	717	718
719	720	721	722	723	724	725	726	727
728	729	730	731	732	733	734	735	736
737	738	739	740	741	742	743	744	745
746	747	748	749	750	751	752	753	754
755	756	757	758	759	760	761	762	763
764	765	766	767	768	769	770	771	772
773	774	775	776	777	778	779	780	781
782	783	784	785	786	787	788	789	790
791	792	793	794	795	796	797	798	799
800								

Test avec les nombres de 801 à 900

801	802	803	804	805	806	807	808	809
810	811	812	813	814	815	816	817	818
819	820	821	822	823	824	825	826	827
828	829	830	831	832	833	834	835	836
837	838	839	840	841	842	843	844	845
846	847	848	849	850	851	852	853	854
855	856	857	858	859	860	861	862	863
864	865	866	867	868	869	870	871	872
873	874	875	876	877	878	879	880	881
882	883	884	885	886	887	888	889	890
891	892	893	894	895	896	897	898	899
900								

Test avec les nombres de 901 à 1000

901	902	903	904	905	906	907	908	909
910	911	912	913	914	915	916	917	918
919	920	921	922	923	924	925	926	927
928	929	930	931	932	933	934	935	936
937	938	939	940	941	942	943	944	945
946	947	948	949	950	951	952	953	954
955	956	957	958	959	960	961	962	963
964	965	966	967	968	969	970	971	972
973	974	975	976	977	978	979	980	981
982	983	984	985	986	987	988	989	990
991	992	993	994	995	996	997	998	999
1000								