

Détermination d'une politique de pêche

Année 2005 – 2006

Sylvain FOUQUET et Thomas BOULIN, élèves de Terminale ES

Encadrés par ZACCARI Nadine

Établissement : Lycée Louis de Foix (Bayonne)

Chercheur : David LANNES

Sujet :

La décision récente de suspendre pendant 6 mois la pêche de l'anchois pour préserver les stocks a fait beaucoup de bruit, en particulier dans le golfe de Gascogne.

On peut à ce sujet se poser quelques questions naturelles :



Comment modéliser l'évolution de la population de poisson?



Quelle est la quantité annuelle de prélèvement (=pêche) viable à long terme ?



Quelle est l'incidence d'une mesure telle que l'arrêt temporaire de la pêche ?



Pourrait-on envisager d'autres mesures pour éviter la disparition du poisson?

D'un point de vue mathématique, il faut tout d'abord comprendre l'évolution annuelle d'une population d'individus avec un taux de mortalité et un taux de reproduction donnés.

Pour les anchois, le modèle doit être raffiné car on distingue généralement les anchois en fonctions de leur âge :



classe 1: de 0 à 1 an ;



classe 2: de 1 à 2 ans ;



classe 3: de 2 à 3 ans ;



classe 4: de 3 ans et plus.

Les taux de mortalités et de reproduction ne sont pas les mêmes pour toutes les classes d'âge ; il faut être capable de prendre cela en compte.

A cela s'ajoute une disparition d'individus due à la pêche. En comprenant bien le fonctionnement de tout ce processus (et en le raffinant au besoin) on doit pouvoir évaluer quelle type de pêche (quantité, classe d'individus concernés etc...) est viable à long terme

OUTIL DE MODÉLISATION : Le tableur excel.

NOTATIONS : Si on appelle « l'année 0 » l'année de départ on note :

- a_0 l'effectif de la classe 1 d'anchois l'année 0, a_1 l'effectif de la classe 1 d'anchois au bout d'un an et a_n l'effectif de la classe 1 d'anchois au bout de n années.
- b_0 l'effectif de la classe 2 d'anchois l'année 0, b_1 l'effectif de la classe 2 d'anchois au bout d'un an et b_n l'effectif de la classe 2 d'anchois au bout de n années.
- c_0 l'effectif de la classe 3 d'anchois l'année 0, c_1 l'effectif de la classe 3 d'anchois au bout d'un an et c_n l'effectif de la classe 3 d'anchois au bout de n années.
- d_0 l'effectif de la classe 4 d'anchois l'année 0, d_1 l'effectif de la classe 4 d'anchois au bout d'un an et d_n l'effectif de la classe 4 d'anchois au bout de n années.
- p_0 l'effectif de la population totale d'anchois l'année 0, p_1 l'effectif de la population totale d'anchois au bout d'un an et p_n l'effectif de la population totale d'anchois au bout de n années.

On note aussi :

- r_a le taux de reproduction de la classe 1 d'anchois et m_a le taux de mortalité de la classe 1 d'anchois
- r_b le taux de reproduction de la classe 2 d'anchois et m_b le taux de mortalité de la classe 2 d'anchois
- r_c le taux de reproduction de la classe 3 d'anchois et m_c le taux de mortalité de la classe 3 d'anchois
- r_d le taux de reproduction de la classe 4 d'anchois et m_d le taux de mortalité de la classe 4 d'anchois

I. Premier modèle : sans les disparitions dues à la pêche

1. Modèle de base :

Au bout d'un an : Les nouveaux nés de chaque classe vont dans la classe 1 donc

$$a_1 = r_a a_0 + r_b b_0 + r_c c_0 + r_d d_0$$

Les anchois de la classe 1 passent dans la classe 2 donc :

$$b_1 = a_0 - m_a a_0 = (1 - m_a) a_0$$

Les anchois de la classe 2 passent dans la classe 3 donc :

$$c_1 = b_0 - m_b b_0 = (1 - m_b) b_0$$

Les anchois de la classe 3 passent dans la classe 4 et les anchois de la classe 4 restent dans la classe 4 donc :

$$d_1 = c_0 - m_c c_0 + d_0 - m_d d_0 = (1 - m_c) c_0 + (1 - m_d) d_0$$

On a alors

$$a_{n+1} = r_a a_n + r_b b_n + r_c c_n + r_d d_n$$

$$b_{n+1} = (1 - m_a) a_n$$

$$c_{n+1} = (1 - m_b) b_n$$

$$d_{n+1} = (1 - m_c)c_n + (1 - m_d)d_n$$

En considérant que l'anchois atteint sa maturité sexuelle au bout d'un an nous avons pris $r_a = 0$.

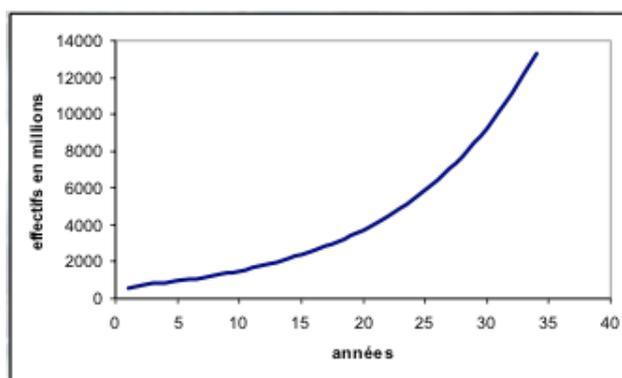
Voici le tableau des différents taux que nous avons appliqués :

	taux de mortalité naturelle	taux de reproduction
Classe 1	0,2	0
Classe 2	0,2	0,6
Classe 3	0,1	1,5
Classe 4	0,8	0,5

Dans le golfe de Gascogne, l'estimation en juillet 2005 de la répartition des classes en millions d'individus est donnée dans le tableau ci-dessous :

	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4	Total
Nombre d'anchois en millions d'individus	109	366	69	29	573
Pourcentage	19	64	12	5	100

En représentant graphiquement l'évolution sur une soixantaine d'années, nous avons vu que la croissance était exponentielle (1).



2. Modèle plus réaliste :

En réalité cette croissance est freinée par un certain nombre de facteurs.

En effet il est impossible d'accueillir une infinité d'anchois à cause du manque d'espace, de la limite de nourriture disponible dans les eaux, etc...

Les ressources ne permettent pas de faire vivre plus d'un certain nombre d'individus que nous appellerons la capacité du milieu et que nous noterons $capa$.

Il faut donc que nos suites tendent vers une limite correspondant à cette capacité. Nous devons multiplier chacune de nos suites (u_n) par un coefficient qui diminue lorsque (u_n) se rapproche de la capacité du milieu.

Pour une suite (u_n) nous avons pris $(1 - u_n/capacité)$ comme coefficient, en considérant que la capacité par classe a la même répartition (2) c'est-à-dire

	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4
Capacité du milieu	0,19	0,64 capacité	0,12 capacité	0,05 capacité

par classe	capacité du milieu	du milieu	du milieu	du milieu
------------	--------------------	-----------	-----------	-----------

On a alors

$$a_{n+1} = r_a a_n (1 - a_n / 0,19 \text{ capa}) + r_b b_n (1 - b_n / 0,64 \text{ capa}) + r_c c_n (1 - c_n / 0,12 \text{ capa}) + r_d d_n (1 - d_n / 0,05 \text{ capa})$$

$$b_{n+1} = (1 - m_a) a_n (1 - a_n / 0,19 \text{ capa})$$

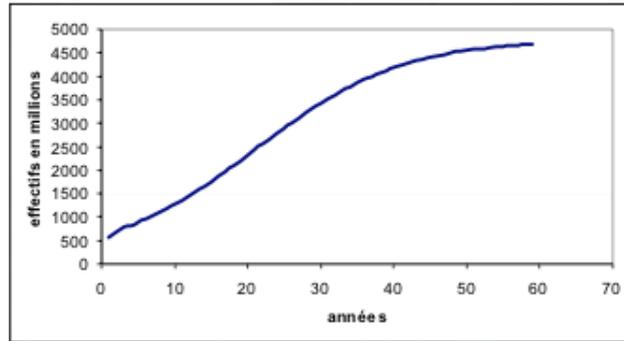
$$c_{n+1} = (1 - m_b) b_n (1 - b_n / 0,64 \text{ capa})$$

$$d_{n+1} = (1 - m_c) c_n (1 - c_n / 0,12 \text{ capa}) + (1 - m_d) d_n (1 - d_n / 0,05 \text{ capa})$$

L'effectif de la population totale est $p_{n+1} = a_{n+1} + b_{n+1} + c_{n+1} + d_{n+1}$ donc :

$$p_{n+1} = r_a a_n (1 - a_n / 0,19 \text{ capa}) + r_b b_n (1 - b_n / 0,64 \text{ capa}) + r_c c_n (1 - c_n / 0,12 \text{ capa}) + r_d d_n (1 - d_n / 0,05 \text{ capa}) + (1 - m_a) a_n (1 - a_n / 0,19 \text{ capa}) + (1 - m_b) b_n (1 - b_n / 0,64 \text{ capa}) + (1 - m_c) c_n (1 - c_n / 0,12 \text{ capa}) + (1 - m_d) d_n (1 - d_n / 0,05 \text{ capa})$$

Nous avons pris arbitrairement une capacité de 5000 que nous ferons varier **(3)**.



II. Deuxième modèle : avec les disparitions dues à la pêche

1. Intégration de la pêche dans le modèle :

Nous avons approximativement calculé la répartition des anchois pêchés suivant la classe à partir de données statistiques (diagrammes en barre sur le site d'Ifremer).

Nous avons considéré que parmi les anchois pêchés :

- 3% sont de classe 1,
- 57% de classe 2,
- 33% de classe 3,
- 7% de classe 4.

Nous avons fixé le total des anchois pêchés et nous avons créé un compteur avec excel de façon à faire varier ce total.

Pour chaque classe nous avons déterminé le taux de mortalité par pêche :

-Pour la classe 1 :

$$t_a = (\text{nombre total d'anchois pêchés} \times 0,03) / (\text{nombre d'anchois de la classe 1})$$

-Pour la classe 2 :

$$t_b = (\text{nombre total d'anchois pêchés} \times 0,57) / (\text{nombre d'anchois de la classe 2})$$

Pour la classe 3 :

$$t_c = (\text{nombre total d'anchois pêchés} \times 0,33) / (\text{nombre d'anchois de la classe 3})$$

Pour la classe 4 :

$$t_d = (\text{nombre total d'anchois pêchés} \times 0,07) / (\text{nombre d'anchois de la classe 4})$$

On a alors :

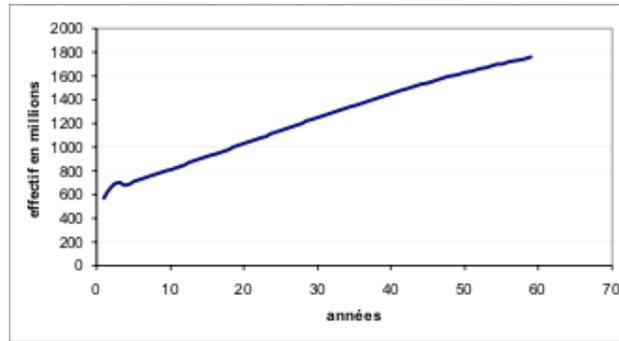
$$a_{n+1} = r_a a_n (1 - a_n / 0,19 \text{ Capa}) + r_b b_n (1 - b_n / 0,64 \text{ Capa}) + r_c c_n (1 - c_n / 0,12 \text{ Capa}) + r_d d_n (1 - d_n / 0,05 \text{ Capa})$$

$$b_{n+1} = (1 - m_a - t_a) (1 - a_n / 0,19 \text{ Capa}) a_n$$

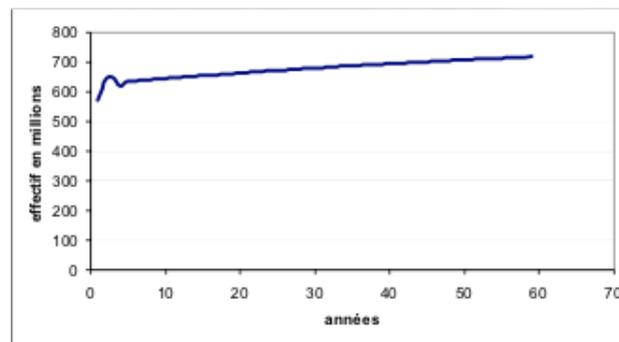
$$c_{n+1} = (1 - m_b - t_b) (1 - b_n / 0,64 \text{ Capa}) b_n$$

$$d_{n+1} = (1 - m_c - t_c) (1 - c_n / 0,12 \text{ Capa}) c_n + (1 - m_d - t_d) (1 - d_n / 0,05 \text{ Capa}) d_n$$

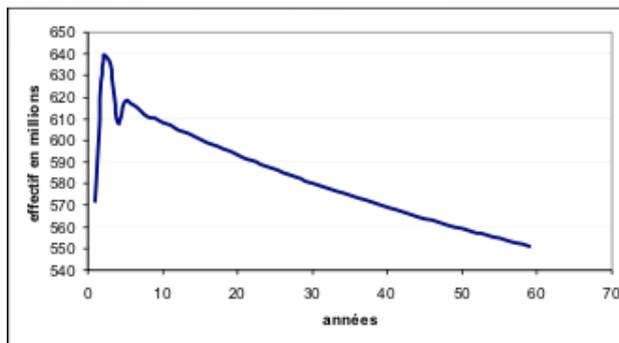
Pour un total de 40 (4) :



Pour un total de 60 :



Pour un total de 65 :

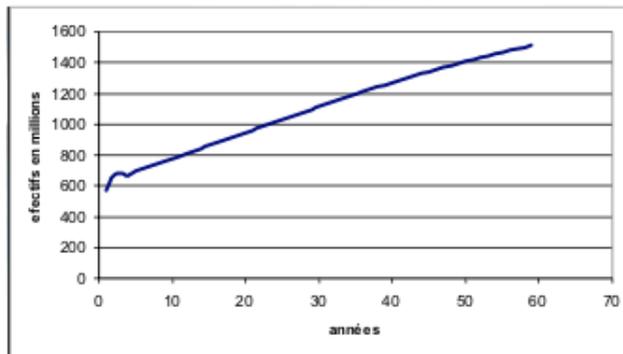


2. Nous avons envisagé de changer la taille minimale autorisée pour la pêche ou encore de faire varier la répartition des anchois pêchés suivant la classe

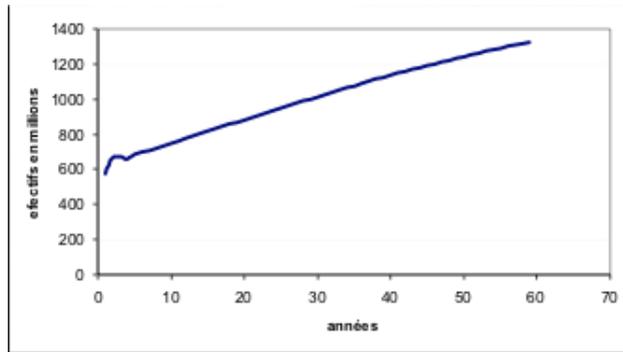
Nous avons considéré que parmi les anchois pêchés :

- 3% resteront de classe 1
- 7% resteront de classe 4
- (100 - 3 - 7 - pourcentage de classe 3) % seront de classe 2,
- nous ferons varier le pourcentage de la classe 3 avec un compteur.

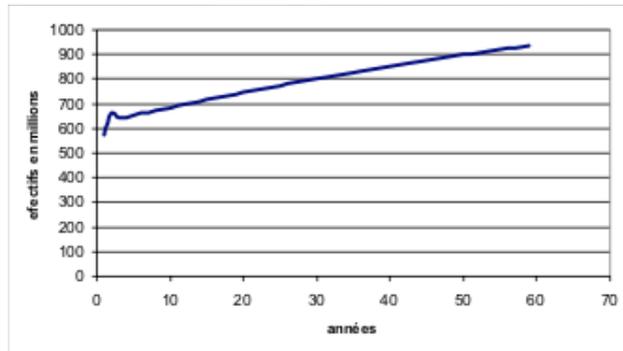
Pour 45%



Pour 54% :



Pour 74% :

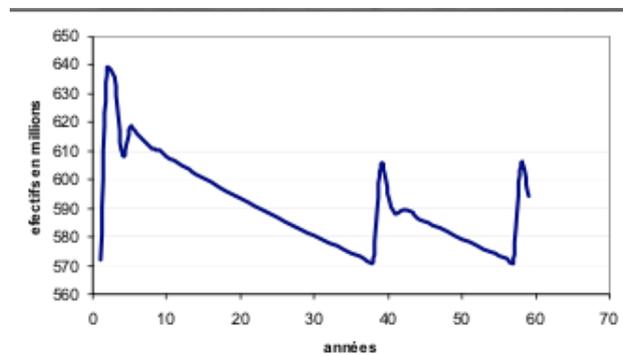


III. Troisième modèle :

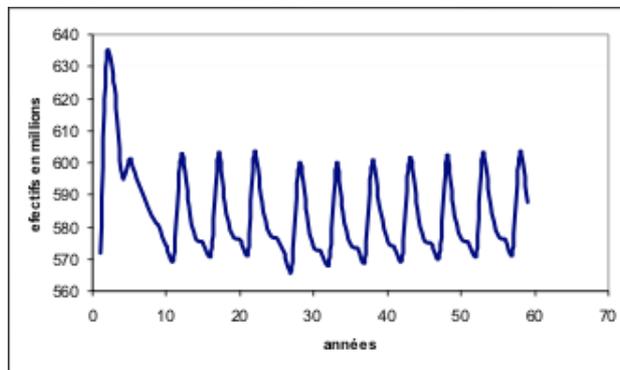
Comme le deuxième modèle en divisant le total pêché par 2 lorsque le nombre d'anchois atteint un seuil égal à la population de départ [\(5\)](#).

Cliquer [ici](#) afin d'accéder au fichier pêche taux variable et condition Vous pourrez faire varier le total pêché, le pourcentage d'anchois pêchés de classe 3 et visualiser les changements.

Pour un total de 65 :



Pour un total de 70 :



CONSTATATIONS :

Avec notre modèle de départ, il vaut mieux pêcher les individus de la classe 2 que ceux de la classe 3. [\(6\)](#)

Hélas il est impossible de modifier le maillage des filets de pêche pour ne pas attraper les individus de classe 3. Cette solution est donc irréaliste.

Plutôt que d'arrêter temporairement la pêche il serait peut-être utile de diminuer le nombre d'anchois pêchés au delà d'un certain seuil.

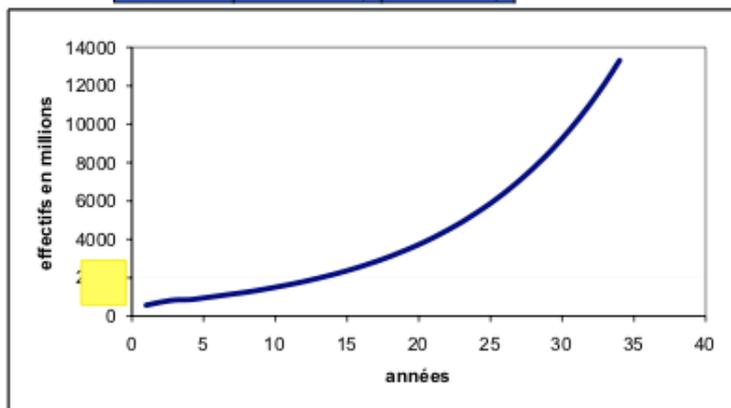
Par contre la disparition du poisson n'est pas totalement due à la pêche il faudrait prendre en compte différents facteurs :

- Les variations de climat qui influent certainement sur les différents taux.

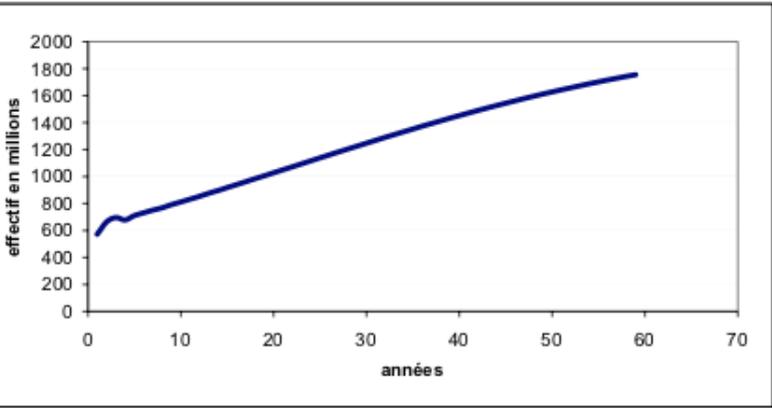
- Le comportement des hommes qui en matière d'écologie ont certainement beaucoup de progrès à faire...

année	classe 1	classe 2	classe 3	classe 4	population totale
0	109	366	69	29	573
1	269	98	293	68	727
2	239	242	78	277	837
3	323	215	193	126	858
4	289	291	172	199	951
5	360	260	232	195	1047
6	370	324	208	248	1150
7	423	333	259	237	1251
8	448	380	266	281	1375
9	502	403	304	296	1504
10	542	451	322	333	1648
11	598	488	361	357	1804
12	651	539	390	396	1976
13	716	586	431	430	2164
14	782	645	469	474	2370
15	858	704	516	517	2595
16	939	772	563	568	2842
17	1029	845	618	620	3112
18	1126	926	676	680	3408
19	1234	1014	741	744	3733
20	1351	1110	811	816	4088
21	1479	1216	888	893	4476
22	1620	1332	973	978	4902
23	1774	1458	1065	1071	5368
24	1943	1597	1166	1173	5879
25	2128	1749	1277	1284	6438
26	2330	1915	1399	1407	7050
27	2552	2097	1532	1540	7721
28	2794	2296	1678	1687	8455
29	3060	2515	1837	1847	9259
30	3351	2754	2012	2023	10140
31	3670	3016	2203	2215	11104
32	4019	3303	2413	2426	12161
33	4401	3617	2642	2657	13317

classe	taux mortalité	taux natalité
classe 1	0,1	0
classe 2	0,2	0,6
classe 3	0,1	0,5
classe 4	0,8	0,5



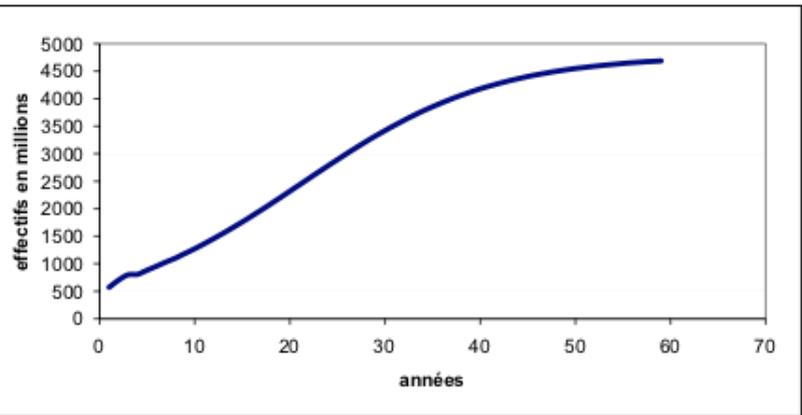
année	classe 1	classe 2	classe 3	classe 4	population totale	Population totale	capacité du milieu	Total pêché	classe	taux mortalité naturelle	taux natalité	taux mortalité pêche
0	109	366	69	29	572	572	5000		classe 1	0,1	0	0,01
1	258	96	257	52	663			40	classe 2	0,2	0,6	0,06
2	211	227	70	188	696				classe 3	0,1	0,5	0,19
3	261	186	163	69	679				classe 4	0,8	0,5	0,10
4	224	230	134	122	710							
5	262	198	165	107	731							
6	251	230	142	128	751							
7	269	221	165	114	769							
8	268	236	159	129	792							
9	281	236	169	126	811							
10	284	247	169	133	833							
11	294	250	176	133	853							
12	300	258	178	139	875							
13	308	263	184	141	896							
14	315	271	188	145	918							
15	323	276	193	148	940							
16	330	283	197	152	962							
17	338	289	201	155	984							
18	345	296	206	159	1006							
19	353	303	210	162	1028							
20	360	309	215	166	1050							
21	368	316	219	169	1072							
22	375	322	224	173	1094							
23	383	329	228	176	1116							
24	390	335	232	180	1138							
25	398	342	237	184	1160							
26	406	348	241	187	1182							
27	413	355	246	191	1204							
28	420	361	250	194	1226							
29	428	368	254	197	1247							
30	435	374	259	201	1269							
31	442	380	263	204	1290							
32	450	387	267	208	1311							
33	457	393	271	211	1332							
34	464	399	275	214	1353							
35	471	405	279	218	1373							
36	478	411	283	221	1393							
37	485	417	287	224	1413							
38	491	423	291	227	1433							
39	498	429	295	230	1452							
40	504	434	299	233	1471							
41	511	440	303	236	1490							
42	517	445	306	239	1508							
43	523	451	310	242	1526							
44	529	456	313	245	1544							
45	535	461	317	248	1561							
46	541	466	320	251	1578							
47	547	471	323	253	1595							
48	553	476	327	256	1611							
49	558	481	330	259	1627							
50	563	486	333	261	1643							
51	569	490	336	264	1658							
52	574	495	339	266	1673							
53	579	499	342	268	1688							
54	584	503	345	271	1702							
55	588	507	347	273	1716							
56	593	511	350	275	1729							
57	597	515	352	277	1742							
58	602	519	355	279	1755							



Taux de mortalité par pêche : on considère que parmi les anchois pêchés
 3% sont de classe 1,
 57% de classe 2,
 33% de classe 3 et 7% de classe 4

répartition en % d'anchois pêchés	
classe 1	3
classe 2	57
classe 3	33
classe 4	7

année	classe 1	classe 2	classe 3	classe 4	population totale	Population totale	capacité du milieu	classe	taux mortalité naturelle	taux natalité
0	109	366	69	29	572	572	5000	classe 1	0,1	0
1	258	97	279	67	702			classe 2	0,2	0,6
2	230	230	77	263	800			classe 3	0,1	0,5
3	303	205	178	122	809			classe 4	0,8	0,5
4	269	270	160	184	883					
5	328	240	208	180	957					
6	333	291	186	223	1033					
7	372	296	224	211	1104					
8	388	330	228	243	1189					
9	424	344	253	252	1274					
10	449	376	263	277	1364					
11	483	397	286	290	1457					
12	513	427	302	314	1555					
13	548	453	323	332	1656					
14	582	483	341	355	1760					
15	618	512	363	375	1867					
16	654	543	383	398	1977					
17	691	574	404	421	2089					
18	728	606	425	444	2203					
19	767	637	447	467	2318					
20	805	670	468	491	2434					
21	843	702	490	514	2550					
22	881	735	511	538	2665					
23	919	767	532	562	2780					
24	957	799	553	585	2893					
25	994	830	574	608	3005					
26	1030	861	593	630	3114					
27	1065	891	613	652	3220					
28	1099	920	631	673	3322					
29	1132	948	649	693	3422					
30	1163	975	666	713	3517					
31	1193	1001	683	732	3608					
32	1222	1025	698	749	3695					
33	1250	1049	713	766	3778					
34	1275	1071	726	783	3856					
35	1300	1092	739	798	3929					
36	1323	1112	752	812	3998					
37	1344	1130	763	825	4063					
38	1364	1148	774	838	4123					
39	1382	1164	783	849	4179					
40	1400	1179	792	860	4231					
41	1416	1193	801	870	4279					
42	1430	1206	808	879	4324					
43	1444	1217	816	888	4365					
44	1456	1228	822	896	4402					
45	1468	1238	828	903	4437					
46	1478	1247	834	909	4469					
47	1488	1256	839	915	4498					
48	1497	1263	843	921	4524					
49	1505	1270	847	926	4548					
50	1512	1277	851	931	4570					
51	1519	1283	855	935	4591					
52	1525	1288	858	938	4609					
53	1530	1293	860	942	4625					
54	1535	1297	863	945	4640					
55	1540	1301	865	948	4654					
56	1544	1305	868	950	4666					
57	1548	1308	869	953	4678					
58	1551	1311	871	955	4688					



Notes d'édition

- (1) La figure ci-dessous est-elle bien une simulation en prenant pour condition initiale les estimations de juillet 2005 ?
- (2) La même répartition que l'estimation de juillet 2005 donnée par le tableau précédent.
- (3) D'où vient cette capacité ? On comprend qu'il s'agit d'une capacité de 5000 millions d'anchois (à comparer aux effectifs de l'estimation de juillet 2005 : 573 millions).
- (4) Il faut comprendre « pour un total de 40 millions d'individus pêchés »
- (5) On ne sait pas si le total pêché revient au niveau initial quand la population dépasse un certain seuil, les simulations semblent le suggérer mais ce n'est pas clair.
- (6) Ce n'est pas très clair : comment les auteurs arrivent à cette affirmation ?